

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال هشتم، شماره سی و هفتم، مرداد و شهریور ۱۴۰۱

شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

## گسترش‌ها و الگوریتم‌های مساله مسیریابی وسیله نقلیه وسایل نقلیه آمیخته

مجید یوسفی خوشبخت<sup>۱\*</sup>، محمدرضا چهارمحالی<sup>۲</sup>

<sup>(۱و۲)</sup> گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۹/۰۹/۱۶ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۱۴

### چکیده

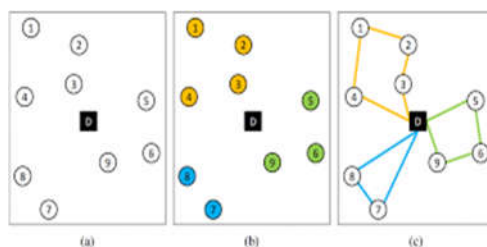
با توجه به هزینه بالای حمل و نقل در قیمت نهایی کالا، مساله مسیریابی وسیله نقلیه بسیار مورد توجه قرار می‌گیرد. از طرف دیگر با توجه به اینکه استفاده از وسایل نقلیه با ظرفیت‌های گوناگون سبب کاهش بیشتر این هزینه می‌گردد، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه آمیخته (FSMVRP) ارایه شد و از آن زمان، پیشرفت قابل توجهی در مورد این مسائل و انواع آن در جهت استفاده در وسایل واقعی صورت گرفت. در این مساله، انواع مختلفی از وسایل نقلیه با ظرفیت متفاوت موجود در انبار کالای یکتا، برای خدمت به مجموعه‌ای از مشتریان با موقعیت‌های جغرافیایی شناخته شده، وجود دارند. به علاوه در این مسئله، هر یک از مشتری‌ها به میزان خاصی کالا نیاز دارند که باید توسط ناوگانی ثابت از وسائل نقلیه به آن‌ها تحویل گردد. هدف تعیین مجموعه‌ای از تورها برای وسائل نقلیه با کمترین هزینه است به شرط آن‌که هر وسیله نقلیه از انبار شروع به حرکت کرده و در انتها به آن بازگردد، هر مشتری دقیقاً یک‌بار توسط یک وسیله نقلیه بازدید شود و کل تقاضای مشتری‌های هر تور از ظرفیت هر نوع از وسیله نقلیه، که  $q_i$  در نظر گرفته می‌شود، تجاوز نکند. هدف این مقاله، طبقه‌بندی و بررسی مطالب مربوط به FSMVRP است. در این مقاله همچنین یک تحلیل مقایسه‌ای از الگوریتم‌های فراابتکاری برای این مساله ارائه شده است.

**واژه‌های کلیدی:** مسیریابی وسیله نقلیه؛ مساله مسیریابی وسیله نقلیه ناهمگن؛ اندازه ناوگان؛ مسایل NP-سخت؛ انبار.

## ۱- مقدمه

هدف در مسئله کلاسیک مسیریابی وسایل نقلیه<sup>۱</sup> (VRP) که توسط دانتریگ و همکاران در سال ۱۹۵۹ ارائه شده [۱] این است که یک برنامه مسیریابی بهینه برای ناوگان وسایل نقلیه همگن ارائه دهد تا به مجموعه‌ای از مشتریان خدمت کند، به‌گونه‌ای که هر مسیر وسیله نقلیه در انبار شروع و پایان می‌یابد و هر مشتری یک‌بار توسط یک وسیله نقلیه بازدید شود. به طور مثال شکل ۱ نمونه‌ای از این مساله به همراه حل آن را نشان داده است. باید توجه داشت که در قسمت (a) داده‌های این مساله ارائه شده است در حالی که در مرحله (b) تعداد و مشتری‌های هر وسیله نقلیه مشخص شده است و در نهایت در مرحله (c)، ترتیب ملاقات مشتری‌ها توسط هر وسیله نقلیه نشان داده شده است. این مسئله که یکی از مهم‌ترین مسائل بهینه‌سازی است، دارای انواع مختلفی مانند چند انبار، پنجره‌های زمانی و ناوگان آمیخته است که در طول سال‌های گذشته در نوشته‌ها معرفی شد. با این وجود، علی‌رغم در دسترس بودن این مجموعه گسترده از فرمول‌بندی‌های طبقه‌بندی شده، اغلب مسائل عملی که شرکت‌ها باید با آن روبرو شوند پیچیده‌تر از نسخه استاندارد بوده است که در مقالات علمی مورد بحث قرار گرفته است. (به [۸-۱] مراجعه کنید) باید توجه داشت که توزیع مناسب کالاها از انبارها

به مشتریان از پیش تعیین شده، عامل مهمی در کل هزینه‌ها است، بنابراین این مسئله توسط بسیاری از محققان گسترش می‌یابد تا واقع بینانه‌تر شود و مدیریت خوب منجر به دستیابی به هزینه-های کمتر و رضایت بیشتر مشتریان و شرکت‌ها شود. از طرف دیگر ابعاد یا ترکیب ناوگان، یک مسئله مهم در صنعت است و مالکیت و نگهداری ناوگان حمل‌ونقل یک تصمیم چالش‌برانگیز برای شرکت‌ها است. به علاوه تصمیمات مربوط به ابعاد ناوگان، عمدتاً شامل انتخاب تعداد و انواع وسایل نقلیه مورد استفاده که انتخاب دوم اغلب با ظرفیت وسیله نقلیه مشخص می‌شود، از اهمیت زیادی برخوردار است. این تصمیمات تحت تأثیر چندین متغیر بازار، مانند نرخ حمل‌ونقل، هزینه حمل‌ونقل و تقاضای مورد انتظار قرار می‌گیرد. به همین علت این مقاله به بررسی گسترده‌ای در مورد سه نوع از خصوصیات اصلی مسئله، یعنی تعداد ناوگان و اندازه ناوگان مساله مسیریابی وسایل نقلیه، مسئله مسیریابی وسایل نقلیه ثابت ناهمگن و مسئله اندازه ناوگان و آمیختن این مساله با پنجره زمانی پرداخته می‌شود. در مسئله مسیریابی وسيله نقلیه ناهمگن<sup>۲</sup> (HVRP)، مجموعه گره‌ای داده می‌شود که در آن یک گره به عنوان انبار مشخص شده است، هر گره غیر از آن تقاضای ثابت دارد و مجموعه‌ای از انواع وسایل نقلیه ارائه شده است.



شکل ۱: مساله مسیریابی وسیله نقلیه و حل آن

<sup>1</sup> Vehicle routing problem (VRP)

<sup>2</sup> Heterogeneous vehicle routing problem (HVRP)

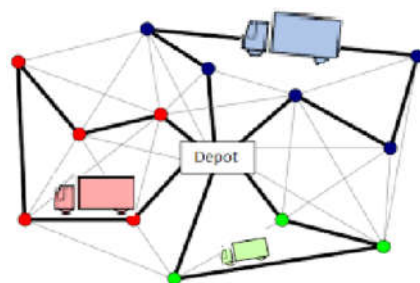
با هزینه‌های متغیر وسیله نقلیه که توسط تائیلارد معرفی شده است. (۴) HF با هزینه‌های ثابت و متغیر وسیله نقلیه که در سال ۲۰۰۷ معرفی شده است. (۵) HF با هزینه‌های متغیر وسیله نقلیه که در سال ۱۹۹۹ معرفی شده است.

**پنجره‌های زمانی:** دو گسترش طبیعی FSM و HF زمانی ایجاد می‌شوند که محدودیت‌های پنجره زمانی در شروع خدمات در هر مکان مشتری تحمیل شوند. این مسائل به ترتیب توسط FSMTW و HFTW مشخص شده است. در این برنامه‌های افزودنی، دو حالت برای به حداقل رساندن هزینه‌ها استفاده می‌شود:

(۱) حالت اول بر اساس زمان مسیر (T) که شامل هزینه ثابت وسیله نقلیه و مدت‌زمان سفر است، اما مستثنا از زمان سرویس نیست. در این حالت، زمان سرویس فقط برای بررسی امکان‌سنجی مسیر و برای انجام تنظیمات زمان سفر از انبار به‌منظور به حداقل رساندن زمان انتظار قبل از سرویس استفاده می‌شود. (۲) حالت دوم بر اساس فاصله (D) است و شامل هزینه ثابت وسیله نقلیه و مسافت طی شده توسط وسیله نقلیه است، همان‌طور که در استاندارد VRP با پنجره زمانی<sup>۳</sup> (VRPTW) وجود دارد.

هدف کمینه‌کردن مسیرهای پیموده شده برای وسایل نقلیه است که مسیر آنها از مبدا شروع و به آن خاتمه می‌یابند (شکل ۲). به علاوه نوع وسیله نقلیه برای خدمت به هر سفر باید طوری انتخاب شود تا تقاضای هر گره دیگری غیر از مبدا، با یک سفر تأمین شود و کل تقاضا برای هر سفر بیش از ظرفیت باشد. هزینه سفر وسیله نقلیه، یک عملکرد خطی از هزینه ثابت برای وسیله نقلیه و مسافت طی شده در سفر است. مساله HVRP به دو دسته مهم اندازه ناوگان آمیخته<sup>۱</sup> (FSM) و ناوگان ناهمگن مسئله مسیریابی وسایل نقلیه<sup>۲</sup> (HF) تقسیم می‌شوند. انواع دیگر FSM و HF نیز وجود دارد که در زیر بیان می‌شود. انواع اصلی را با توجه به دو معیار زیر می‌توان طبقه‌بندی کرد.

**اهداف:** هدف هر دو مساله FSM و HF به حداقل رساندن یک تابع هزینه کل است که شامل هزینه‌های ثابت (F) و متغیر (V) است. حال به پنج مورد مهم از کارهای انجام شده روی این مساله اشاره می‌شود: (۱) FSM با هزینه‌های ثابت و متغیر وسیله نقلیه که در سال ۱۹۸۸ معرفی شده است. (۲) FSM فقط با هزینه‌های ثابت وسیله نقلیه با تعداد ثابت که در سال ۱۹۸۴ معرفی شده است. (۳) FSM



شکل ۲: مساله مسیریابی وسیله نقلیه ناهمگن با سه نوع از وسایل نقلیه

<sup>1</sup> Fleet size and mix (FSM)

<sup>2</sup> Heterogeneous fleet (HF)

<sup>3</sup> Vehicle routing Problem with time windows (VRPTW)

و همکاران [۳۵] در سال ۲۰۱۴، چند دسته (یوری و همکاران [۳۶] در سال ۲۰۱۵) و انبار مجموعه (یائو و همکاران [۳۷] در سال ۲۰۱۵).

## ۲- فرمول ریاضی

اکنون سه فرمول برای HVRP، دو مورد بر اساس جریان کالا و دیگری را بر اساس طبقه‌بندی مجموعه ارائه داده می‌شود. نمادهای مشترک هر سه فرمول به شرح زیر است. هر مشتری  $i$  تقاضای غیر منفی  $q_i$  دارد و  $H = \{1, \dots, k\}$  مجموعه‌ای از انواع وسایل نقلیه در دسترس است.  $t^h$  و  $Q_h$  به ترتیب ساعت هزینه وسیله نقلیه ثابت و ظرفیت وسیله نقلیه از نوع  $h \in H$  را مشخص کنند. همچنین  $m_h$  ساعت تعداد وسایل نقلیه از نوع  $h$  باشد.

## ۲-۱- فرمول نویسی جریان تک کالای

HVRP بر روی یک نمودار کامل  $G = (A, N)$  مدل‌سازی شده است، که در آن  $N = \{0, \dots, n\}$  مجموعه گره‌ها است. گره 0 با انبار مطابقت دارد و  $A = \{(i, j) : 0 \leq i, j \leq n, i \neq j\}$  مجموعه‌ای از کمان‌ها را مشخص می‌کند. مجموعه مشتری  $N/\{0\}$  است. قرار دهید  $c_{ij}^h$  هزینه سفر روی قوس  $(i, j) \in A$  توسط وسیله‌نقلیه از نوع  $h$  باشد. علاوه بر این، مقدار کالای حمل شده در قوس  $(i, j) \in A$  توسط وسیله نقلیه از نوع  $h$  است و متغیر باینری  $X_{ij}^h$  برابر با ۱ است اگر و فقط اگر وسیله نقلیه‌ای از نوع  $h \in A$  روی قوس  $(i, j) \in A$  حرکت کند. فرمول جریان تک کالایی بالداجی و همکاران [۳۸] در سال ۲۰۰۸ برای HVRP به شرح زیر است:

Minimize (۱-۲)

$$\sum_{h \in H} \sum_{j \in N} t^n X_{0j}^h + \sum_{h \in H} \sum_{(i,j) \in A} C_{ij}^h X_{ij}^h$$

subject to

$$\sum_{j \in N} X_{0j}^h \leq m_h; h \in H \quad (۲-۲)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{j \in N} X_{ij}^h = 1; i \in N \quad (۳-۲)$$

FSM و HF همراه با دو هدف قبل، چهار نوع مسئله ایجاد می‌کنند: (۱) FSMTW باهدف T که در سال ۱۹۹۹ معرفی شده است. (۲) FSMTW با هدف D مشخص شده که توسط برزی و همکاران [۹] در سال ۲۰۰۸ معرفی شده است. (۳) HFTW با هدف T مشخص شده، که توسط پاراسکووپولوس و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۰۸ معرفی شده است. (۴) HFTW باهدف D مشخص شده، که توسط کوک و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۵ معرفی شده است.

انواع بیشتری از FSM یا HF تعریف شده است از جمله آن‌هایی که دارای چندین انبار هستند (دندو و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۰۷ و بتلینی و همکاران [۱۳][۱۴] در سال ۲۰۱۱)، سایر گسترش‌ها شامل تقاضای تصادفی (تئودوروویچ و همکاران [۱۵] در سال ۱۹۹۵)، تحویل و انتخاب (ایرنیچ [۱۶] در سال ۲۰۰۰ و کوو همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۴)، سفرهای چندگانه (پرینس [۱۸] در سال ۲۰۰۲ و سیشس و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۳)، استفاده از حامل‌های خارجی (چو [۲۰] در سال ۲۰۰۵ و پوتوین و همکاران [۲۱] در سال ۲۰۱۱)، برگشتی (بلمچری و همکاران [۲۲] در سال ۲۰۱۳ و صالحی و همکاران [۲۳] در سال ۲۰۱۳)، مسیرهای باز (لی و همکاران [۲۴] در سال ۲۰۱۲)، اضافه‌بار (کریتیکوس و همکاران [۲۵] در سال ۲۰۱۳)، وابستگی به مکان (چائو و همکاران [۲۶] در سال ۱۹۹۹ و ناگ و همکاران [۲۷] در سال ۱۹۸۸)، واگذاری وظیفه چند وسیله نقلیه (فراچسلی و همکاران [۲۸] در سال ۲۰۱۳)، مسیریابی سبز (خوان و همکاران [۲۹] در سال ۲۰۱۴ و کوک و همکاران [۳۰] در سال ۲۰۱۴)، بارهای کانتینر یک و دوتایی (لای و همکاران [۳۱] در سال ۲۰۱۳)، بارگذاری دوبعدی (دومینگوز و همکاران [۳۲] در سال ۲۰۱۴ و لئونگ و همکاران [۳۳] در سال ۲۰۱۳)، وابستگی زمانی (افشار-نجفی و همکاران [۳۴] در سال ۲۰۱۴)، محفظه‌ها (وانگ

مشتری  $V$  و  $h+1$  نسخه از گره انبار:  $h$  انبار مبدأ، یکی برای هر نوع وسیله نقلیه و یک انبار مقصد مشترک است. به طور خاص،  $V=VUKU$ ، مجموعه  $K=\{n+1, \dots, n+k\}$ ، که در آن  $\{n+k+1\}$  انبارهای مبدأ است و گره  $n=n+k+1$  انبار مقصد است. قرار دهید  $\pi(i)=i-n$ ،  $i \in K$  نوع وسیله نقلیه مرتبط با گره  $i$  باشد. فرض بر این است که ماتریس هزینه  $d_{ij}$  متقارن است و  $q_i=0$  ( $i \in KU\{n\}$ ) هزینه لبه‌های  $d_{ij}$  در  $E$  به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} d_{ij} &= t^{\pi(j)} + c_{0j} \\ \text{for } q_i &\leq Q_{\pi(j)}, j \in K, i \in V \\ d_{ij} &= c_{ij} \text{ for } q_i + q_j \leq Q_h, i, j \in V \\ d_{in} &= c_{0j} \text{ for } i \in V \\ d_{ij} &= \infty \quad o.w \end{aligned}$$

متغیر جریان  $y_{ij}$  نشان‌دهنده بار وسیله نقلیه و  $y_{ji}$  برای هر لبه  $(i, j) \in E$  تعریف شده‌اند. جریان  $y_{ji} = Q_k - y_{ij}$  نشان‌دهنده فضای خالی روی وسیله نقلیه با بزرگ‌ترین اندازه است و فضای خالی وسایل نقلیه از نوع  $h$  توسط  $(Q_k - y_{ij})$  نشان داده شده است. علاوه بر این، برای هر لبه  $(i, j) \in E$ ، یک متغیر باینری برابر با ۱ است اگر مسیری وجود داشته باشد و  $S \in S$  مجموعه  $S = \{S: S \subseteq V | |S| \geq 2\}$  با توجه به مجموعه  $S$  است. به علاوه  $\delta(S)$  برش تعیین شده توسط  $S$  و  $\delta(S) = \{(i, j) \in E : i \in S, j \notin S, i \in S, j \in S\}$  است. همچنین اگر  $q(S) = \sum_{i \in S} q_i$  تقاضای کل مشتریان در  $S$  باشد، فرمول جریان دو کالا برای FSM (F) به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$\text{Minimize } \sum_{(i,j) \in E} d_{ij} x_{ij} \quad (9-2)$$

subject to:

$$\sum_{j \in V} (y_{ji} - y_{ij}) = 2q_i; i \in V \quad (10-2)$$

$$\sum_{i \in K} \sum_{j \in V} y_{ij} = q(v) \quad (11-2)$$

$$\sum_{j \in V} y_{jn} = \quad (12-2)$$

$$\sum x_{ij} = 2; \forall b \in V \quad (13-2)$$

$$\sum_{i \in K} \sum_{j \in V} x_{ij} = \sum_{j \in V} x_{jn} \quad (14-2)$$

$$y_{ij} + y_{ji} = Q_k x_{ij}; (i, j) \in E \quad (15-2)$$

$$\sum_{h \in E} \sum_{j \in N} X_{ij}^h = 1; j \in \quad (4-2)$$

$$\sum_{h \in E} \sum_{j \in N} X_{ji}^h - \quad (5-2)$$

$$\begin{aligned} \sum_{h \in E} \sum_{j \in N} X_{ij}^h &= q_i; i \in \\ q_j X_{ij}^h &\leq f_{ij}^h \leq \quad (6-2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (Q_h - q_i) X_{ij}^h; h \in (i, j) \in \mathcal{A} \\ X_{ij}^h \in \{0, 1\}; h \in (i, j) \in \mathcal{A} \quad (7-2) \end{aligned}$$

$$f_{ij}^h \leq 0; h \in (i, j) \in \mathcal{A} \quad (8-2)$$

در این فرمول، عملکرد هدف (۱.۲) مبلغ هزینه‌های ثابت وسیله نقلیه و کل هزینه سفر را به حداقل می‌رساند. حداکثر تعداد وسایل نقلیه موجود از هر نوع، توسط محدودیت‌ها اعمال می‌شود (۲.۲). در مورد FSM، تعداد نامحدودی از وسایل نقلیه برای هر نوع وسیله نقلیه  $(h(m_h = | |))$  در دسترس است، که به طور موقت محدودیت‌ها (۲.۲) را افزون می‌کند. محدودیت‌های (۳.۲) و (۴.۲) اطمینان حاصل می‌کند که هر مشتری دقیقاً یک بار بازدید می‌شود. محدودیت (۵.۲) و (۶.۲) جریان کالا را تعریف می‌کنند. سرانجام، محدودیت (۷.۲) و (۸.۲) محدودیت‌های یکپارچگی و عدم منفی بر روی متغیرها را اعمال می‌کنند.

## ۲-۲- فرمول نویسی جریان دو کالا

در فرمول نویسی جریان دو کالایی، بالداجی و همکاران [۳۹] در سال ۲۰۰۹ برای FSM، انواع وسایل نقلیه سفارش داده می‌شوند تا  $Q_1 < \dots < Q_k$  و  $t^1 < \dots < t^k$  نمودار کاملی بدون جهت  $\hat{G} = (V^{\wedge}, \hat{E})$  داده شده است، که در آن  $\hat{E} = \{0, \dots, n\}$  مجموعه لبه‌ها است. مجموعه گره‌های  $n+1$  و  $V = V^{\wedge} \setminus \{0\}$  شامل  $n$  مشتری و گره 0 نشان‌دهنده انبار است. هر لبه  $(i, j) \in \hat{E}$  با هزینه مسیریابی متقارن منفی،  $c_{ij}$  همراه است. قرار دهید  $G = (V, E)$  یک نمودار کاملی بدون جهت باشد که از  $\hat{G}$  به شرح زیر ساخته شده است. مجموعه گره  $V$  شامل مجموعه گره‌های

باشد و  $h \in h$  باشد. برای هر مسیر  $h$ ، هر ساعت یک هزینه مسیریابی مرتبط با  $C_\ell^h$  است.  $R_i^h \subset h$  و همچنین  $h$  زیرمجموعه مسیرهای یک وسیله نقلیه از نوع  $h$  باشد که پوشش مشتری  $i \in V$  است. قرار دهید  $R_\ell^h$  زیرمجموعه مشتریانی باشد که از طریق مسیر بازدید می‌شوند. علاوه بر این، متغیر باینری باشد که برابر با ۱ باشد اگر و تنها اگر مسیر  $h \in \ell$  به‌عنوان راه‌حل انتخاب شود. اکنون مدل تقسیم‌بندی مجموعه به صورت زیر است:

$$\text{Minimize } \sum_{h \in H} \sum_{\ell \in R^h} (t^h + c_\ell^h) y_\ell^h \quad (20-2)$$

Subject to

$$\sum_{h \in H} \sum_{\ell \in R^h} y_\ell^h = 1; i \in V \quad (21-2)$$

$$\sum_{\ell \in R^h} y_\ell^h \leq m_h; \ell \in h \quad (22-2)$$

$$y_\ell^h \in \{0,1\}; \ell \in h, h \in H \quad (23-2)$$

در این فرمول، تابع هدف (۲۰.۲) مجموع کل هزینه‌های ثابت وسیله نقلیه و کل هزینه مسیریابی را به حداقل می‌رساند. محدودیت (۲۱.۲) مشخص می‌کند که هر مشتری  $i \in E$  باید یکبار در یک مسیر تحت ملاقات قرارگیرد و محدودیت (۲۲.۲) حد بالایی را بر تعداد وسایل نقلیه از هر نوع اعمال می‌کند. سرانجام محدودیت (۲۳.۲) محدودیت‌های یکپارچگی در متغیرها را اعمال می‌کند.

### ۳- اندازه ناوگان و مسئله مسیریابی وسیله نقلیه آمیخته

در این بخش FSM استاندارد بررسی می‌شود و مطالعات مربوط به FSM و HF را یکپارچه می‌کند. ما ابتدا الگوریتم‌های محدود و دقیق پایین را در بخش ۳-۱، مدل‌های تقریبی مداوم در بخش ۳-۲ و در آخر روش‌های اکتشافی را در بخش ۳-۳ بررسی می‌شود. مطالعات متعددی کران‌های پایین و الگوریتم‌های دقیق را برای FSM توصیف می‌کنند و یامان [۴۱] در سال ۲۰۰۶ فرمول‌ها و نابرابری‌های

$$\sum x_{ij} \geq \sum_{i \in K} \sum_{j \in V} x_{ij}; \quad (16-2)$$

$$k \in S, S \in K \cup V$$

$$y_{ij} \leq Q_{\pi(i)}; i \in K, j \in V \quad (17-2)$$

$$y_{ij} \geq 0, y_{ji} \geq 0; (i,j) \in E \quad (18-2)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}; (i,j) \in E \quad (19-2)$$

محدودیت‌های (۱۰.۲)، (۱۱.۲)، (۱۲.۲) و (۱۸.۲) یک الگوی جریان عملی را تعریف می‌کنند. به علاوه محدودیت (۱۲.۲) تضمین می‌کند که جریان در  $n$  گره برابر با ۰ است و محدودیت (۱۳.۲) اطمینان حاصل می‌کند که هر راه‌حل امکان‌پذیر باید حاوی دو حالت برای هر مشتری باشد. از طرف دیگر محدودیت (۱۴.۲) بیان می‌کند که اگر  $P = \sum_{i \in K} \sum_{j \in V} x_{ij}$  وسیله نقلیه گره  $k$  را ترک می‌کنند پس دقیقاً وسایل  $p$  باید وارد گره  $n$  شوند. محدودیت (۱۵.۲) رابطه بین متغیرها را در یک راه-حل امکان‌پذیر تعریف می‌کند و محدودیت (۱۶.۲) وجود مسیرهای ساده‌ای که از گره‌های  $k$  شروع و خاتمه می‌یابد را ممنوع می‌کند. محدودیت (۱۷.۲) ظرفیت موردنیاز هر وسیله نقلیه توسط محدودیت‌ها را اعمال می‌کند و سرانجام، محدودیت‌های (۱۸.۲) و (۱۹.۲) محدودیت‌های یکپارچگی و عدم منفی بودن متغیرها را بیان می‌کنند.

### ۳-۲- طبقه‌بندی فرمول نویسی

فرمول نویسی طبقه‌بندی شده بالداجی و همکاران [۴۰] در سال ۲۰۰۹ با یک گراف بدون جهت  $G=(V,E)$  کار می‌کند، جایی که  $V = \{0, \dots, n\}$  است.  $n$  و ۱ گره و  $E$  مجموعه‌ای از لبه‌ها است به طوری که گره ۰ نشان‌دهنده انبار و گره‌های  $V = V \setminus \{0\}$ ، نشان‌دهنده  $n$  مشتری است. مسیر  $R = (0, i_1, \dots, i_r, 0)$  که توسط وسیله نقلیه از نوع  $h$  انجام می‌شود یک دور ساده در  $G$  است که از انبار عبور می‌کند و مشتریان  $i_1, \dots, i_r \in V$  با  $r \geq 1$  را ملاقات می‌کند. قرار دهید  $h$  مجموعه‌ای از تمام مسیرهای ممکن از نوع وسیله نقلیه  $h \in H$

VRP کلاسیک اصلاح کردند تا با استفاده از ستون-های عملی به صورت کارآمد تولید شوند و سپس برای به دست آوردن یک راه حل عدد صحیح از یک روش شاخه و کران استفاده کردند. بیاید توجه داشت که این روش نسبت به الگوریتم‌های موجود، هم از نظر کیفیت راه حل و هم از نظر زمان دارای کیفیت بهتری است. بعداً بالداجی و همکاران [۴۰] در سال ۲۰۰۹ الگوریتم دقیق و یکپارچه‌ای را بر اساس فرمول طبقه‌بندی شده مجموعه ارائه دادند و سه نوع روش محدود کردن بر اساس LP- لاگرانژ ارائه دادند. کران‌های پایینی جدید، سخت‌تر از همه کران‌های پایینی، که قبلاً شناخته شده بودند، است. آخرین الگوریتم دقیق FSM و HF طبق اطلاعات ما، توسط بالداجی و همکاران [۴۵] در سال ۲۰۱۰ ارائه شد. این عمل چندین روش صعود دوگانه را برای تولید یک راه حل دوگانه بهینه از مدل طبقه بندی مجموعه ترکیب می‌کند و نابرابری‌های معتبر را با فرمول تقسیم بندی مجموعه در یک الگوریتم تولید ستون و برش اضافه می‌کند. سپس راه حل دوگانه نهایی برای ایجاد یک مسئله کاهش یافته حاوی تمام راه حل‌های عدد صحیح تعریف شده است که سبب شده است این الگوریتم از سایر الگوریتم‌های دقیق موجود دیگر فراتر رفته است.

### ۳-۱- مدل‌های تخمینی پیوسته

جبلی و همکاران [۴۶] در سال ۲۰۱۲ یک مدل تقریبی مداوم برای FSM ایجاد کردند. مدل آن‌ها بر اساس کار داگانزو [۴۷][۴۸] در سال ۱۹۸۴ و نیول و همکاران [۴۹] در سال ۱۹۸۶ ساخته شده است، جایی که دومی یک مدل تقریبی مداوم برای VRP را معرفی کرد. این مدل می‌تواند در سطح کل برای تجزیه و تحلیل زمینه‌های ظرفیت و زمینه‌های مختلف هزینه مورد استفاده قرار گیرد. نویسندگان ملاحظات ناوگان آمیخته را با الگوی نیول و همکاران [۴۹] در سال ۱۹۸۶ درج کرده‌اند

معتبری را برای این مسئله تهیه کرد و فرمول‌های پیشنهادی را ارائه داد. چهار مورد از این موارد مبتنی بر محدودیت‌های حذف میلر و همکاران [۴۲] در سال ۱۹۶۰ برای مسئله فروشنده دوره گرد (TSP) و دو مورد نیز بر اساس جریان کالا است. نویسنده کران‌های برنامه‌ریزی خطی این فرمول‌ها را مقایسه کرده و نابرابری‌های معتبر را به دست آورده و چندین محدودیت را برای بهبود کران‌های پایین برداشته است. نتایج وی نشان داد که راه حل‌های به دست آمده از کیفیت مطلوبی برخوردار بوده و شکاف بهینه حداکثر ۳/۲۸ درصد را نشان می‌دهد. بالداجی و همکاران [۳۸] در سال ۲۰۰۹ بعداً یک فرمول برنامه‌ریزی صحیح مختلط را بر اساس جریان‌های دو کالا تشریح کردند و همچنین دو کلاس جدید از نابرابری‌های معتبر برای FSM ایجاد کردند. این نابرابری‌های ظرفیت نوع پوشش و ناوگان وابسته به ناوگان جدید بوده و هدف آن‌ها افزایش کران‌های پایین است و نویسنده‌گان نشان دادند که مدل آن‌ها در مقایسه با فرمول‌های قبلی کاملاً فشرده‌تر است از کیفیت معقولی برخوردار است. نابرابری‌های وابسته به ناوگان، قادر به بهبود حد متوسط در حدود ۵ درصد بوده و نابرابری‌های پوشش جدید، آن را در حدود ۲/۵ درصد بهبود بخشید. پسوا و همکاران [۴۳] در سال ۲۰۰۹ یک الگوریتم شاخه و کران برای FSM ارائه دادند و در مورد مجموعه بزرگی از متغیرها، نظریه‌هایی ارائه دادند و پیچیدگی زیر قیمت‌گذاری را افزایش نمی‌دهد. نتایج نشان داد که نمونه‌های تا ۷۵ گره را می‌توان بهینه‌سازی کرد و این بهبود قابل توجهی با توجه به الگوریتم‌های دقیق قبلی است. سه الگوریتم دقیق یکپارچه برای حل FSM و HF در دسترس هستند که در آن چوی و همکاران [۴۴] در سال ۲۰۰۷ یک الگوریتم تولید ستون ایجاد کرده و برنامه‌نویسی خطی آن را با تولید ستون حل کردند. آن‌ها چندین الگوریتم برنامه‌نویسی پویا را برای

که در آن مسیرهای وسیله نقلیه براساس طبقه یک ناحیه شعاعی حلقه‌ای به مناطقی قرار گرفته‌اند که هر یک از آن‌ها با یک وسیله نقلیه واحد سرویس داده می‌شود. آن‌ها یک فرمول نویسی عدد صحیح غیرخطی مختلط و روش‌های محدود کردن فوقانی و تحتانی را برای آن‌ها ارائه دادند. عملکرد مدل در چندین مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج محاسباتی نشان داد که دو روش تعیین محدودیت بالایی قابل اطمینان‌تر از حل کردن مدل اصلی توسط یک نرم‌افزار است. آن‌ها همچنین حساسیت مدل‌ها را با توجه به پارامترهای مختلفی از جمله متغیر وسیله نقلیه و هزینه‌های ثابت، محدودیت طول مسیر و تراکم مشتری را نشان دادند.

### ۳-۲-۲- اکتشافات

در این بخش مروری بر روش‌های اکتشافی برای FSM ارائه شده است. ما ابتدا بخش‌های اکتشاف جستجوی جمعیت را در بخش ۳-۲-۱ و سپس اکتشاف‌پذیری جستجو را در بخش ۳-۲-۲ و سرانجام سایر اکتشاف‌ها در بخش ۳-۳-۳ بررسی می‌شوند.

### ۳-۲-۱- اکتشاف جستجوی جمعیت

در مقابل با VRP، فقط تعداد کمی از اکتشافات جستجوی جمعیت برای FSM توسعه داده شده است. اوچی و همکاران [۵۰] در سال ۱۹۹۸ یک الگوریتم فراابتکاری ترکیبی، شامل الگوریتم‌های ژنتیکی و جستجوی پراکندگی، را با یک روش تجزیه غیر انتزاعی را توصیف کردند. اوچی و همکاران [۵۱] در سال ۱۹۹۸ بعداً از همان ایده در الگوریتم‌های ژنتیکی موازی استفاده کردند و چندین نتیجه از تأیید [۵۲] در سال ۱۹۹۹ با این روش بهبود یافت. با این حال، اوچی و همکاران [۵۰][۵۱] در سال ۱۹۹۸ مقادیر دقیق راه‌حل را گزارش نکردند. لیما و همکاران [۵۳] در سال ۲۰۰۴

الگوریتم ممتازی را پیشنهاد کردند که ترکیبی از یک الگوریتم ژنتیکی و اکتشافی شبیه‌سازی توسط عثمان [۵۴] در سال ۱۹۹۳ است و توانست هشت راه‌حل جدید شناخته شده جدید برای گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۸ پیدا کنند. موارد الگوریتم ژنتیک دیگری توسط لیو و همکاران [۵۶] در سال ۲۰۰۹ ایجاد شد که از چندین اکتشاف برای تولید جواب اولیه استفاده کرده است. از بین ۲۰ نمونه گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴، ۱۴ راه‌حل باهم بدست آمدند و با الگوریتم‌های موجود مانند براندو و همکاران [۵۷] در سال ۲۰۰۹ و چوی و همکاران [۴۴] در سال ۲۰۰۷ مقایسه شدند. چندین اکتشاف جمعیت در FSM و HF بر اساس انواع روش تقسیم پرینس [۵۸] در سال ۲۰۰۴ ارائه شدند و پرینس [۱۸] در سال ۲۰۰۹ دو الگوریتم ممتیک را با استفاده از جستجوی محلی و براساس کروموزوم‌های رمزگذاری شده به‌عنوان تورهای غول‌پیکر ساخت. این روش‌ها به‌طور بهینه تورهای غول‌پیکر را به مسیرهای ممکن تقسیم می‌کنند و نوع وسیله نقلیه مناسبی را به آن‌ها اختصاص می‌دهند. این روش با انجام جهش‌ها و عملیات جستجوی محلی، راه‌حل‌های جدیدی را از یک راه‌حل واحد در هر تکرار ایجاد می‌کند. نتایج نشان داد که روش پیشنهادی قادر به حل کارآمد مسائل است. نویسندگان همچنین مجموعه‌ای از نمونه‌های HF را بر اساس مسافت‌های واقعی از مناطق فرانسه و بین ۵۰ تا بیش از ۲۵۰ مشتری تولید کردند. در یک مطالعه جدید، ویدال و همکاران [۵۹] در سال ۲۰۱۴ الگوریتم‌های ژنتیکی را با استفاده از یک چارچوب یکپارچه و راه‌حل مبتنی بر مؤلفه را برای انواع مختلف VRP، از جمله FSM (T) و FSM (D) معرفی و نویسندگان از اپراتورهای جستجوی محلی مستقل از مسئله، مانند معبر، شکاف و تعدادی از سازوکارهای متنوع سازی استفاده کردند. برای



برای ایجاد راه‌حل‌های اولیه استفاده شده است. هر زمان که الگوریتم یک راه‌حل جدید را مشخص کند، یک تعیین تکلیف برای وسیله نقلیه بهینه برای مجموعه مسیره‌ها انجام می‌شود. نتایج رقابتی گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴ به دست آمد و نمونه‌ها و چندین راه‌حل جدید پیدا شد. سرانجام براندو [۵۷] در سال ۲۰۰۹ الگوریتم جستجوی ممنوعی را پیشنهاد کرد که در آن سه روش برای تولید راه‌حل‌های اولیه استفاده می‌شود و سه حرکت برای جستجوی محلی درج یک گانه، درج دو برابر و مبادله تعریف می‌شود. این الگوریتم همچنین در طی جستجو، از روش‌های تشدید و تنوع استفاده می‌کند. روش پیشنهادی قادر به دستیابی به راه-حل‌های باکیفیت بالا، از جمله پنج راه‌حل جدید برتر شناخته شده، بود.

### ۳-۲-۳- اکتشافات دیگر

چندین نسخه از اکتشاف پذیری سازنده و بسیاری از اکتشافات دیگر در طی سال‌های گذشته برای FSM پیشنهاد شده است. گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴، FSM را به‌طور رسمی توصیف و تدوین کردند. آن‌ها بر اساس الگوریتم صرفه‌جو کلارک و همکاران [۶۷] در سال ۱۹۶۴ و طبقه‌بندی یک تور غول‌پیکر به مسیرهای مناسب برای انواع مختلف وسیله نقلیه، با استفاده از سازوکار بهبود اور<sup>۱</sup> در سال ۱۹۷۶ برای TSP ارائه دادند. آن‌ها روشی را برای محاسبه حد پایین توصیف کردند و همچنین برای حل مسئله تخصیص برای اختصاص مشتری به وسایل نقلیه، اکتشاف فیشر و همکاران [۶۸] در سال ۱۹۸۱ را بکار بردند. قیزس و همکاران [۶۹] در سال ۱۹۸۴ با گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴ از روش کران پایین برای خلق یک اکتشاف جدید استفاده کردند که روش آن‌ها ابتدا ناوگان مخلوط را ایجاد کرده و

افزایش اثربخشی جستجوی محلی، یک روش ارزیابی مسیر واحد ساخته شد که در درجه اول مبتنی بر دو روش ارزیابی حرکت به‌عنوان جمع‌بندی از پیامدهای شناخته شده و پیش‌پردازش اطلاعات در مورد پیامدهای فرعی و همچنین سایر روش‌های شناخته شده انجام می‌شود. نتایج عالی در مورد FSM (T) و FSM (D) توسط این روش به دست آمد که در بخش‌های بعدی با جزئیات بیشتر ارائه می‌شود.

### ۳-۲-۲- اکتشاف جستجوی تابو

احتمالاً اولین جستجوی تابو برای FSM مربوط به عثمان و همکاران [۶۰] در سال ۱۹۹۶ است که روش اختلال در مسیر صالحی و همکاران [۶۱] در سال ۱۹۹۳ را اصلاح کردند. نتایج موجود برای نمونه‌های استاندارد با روش پیشنهادی بهبود یافته است. جندرو و همکاران [۶۲] در سال ۱۹۹۹ یک اکتشاف جستجوی ممنوع را ایجاد کردند که اکتشاف تعمیم‌یافته جندرو و همکاران [۶۳] در سال ۱۹۹۲ و حافظه تطابقی روچات و همکاران [۶۴] در سال ۱۹۹۵ را در برداشت. نتایج آن‌ها با نتایج تائیلارد [۵۲] در سال ۱۹۹۹ مقایسه شد و برتری الگوریتم آن‌ها را تأیید کرد. واسان و همکاران [۶۵] در سال ۲۰۰۲ اکتشاف جستجوی واکنشی ممنوع ارائه دادند که در آن، چندین ساختار ویژه داده‌ها یکپارچه شده و دارای یک مرحله تشدید برای ایجاد تعویض بین حرکات ساده بودند و چندین حرکت قطعی برای متنوع کردن جستجو معرفی شدند. نویسندگان همچنین ساختارهای داده ویژه را برای کشف جواب‌های مختلف پیشنهاد داده‌اند که قادر به تولید تعدادی از بهترین راه‌حل‌های شناخته شده بود. یک اکتشافی دیگر برای جستجوی ممنوع توسط لی و همکاران [۶۶] در سال ۲۰۰۸ ساخته شد که از یک روش جایجایی اصلاح شده با طبقه‌بندی در تور غول‌پیکر و

<sup>1</sup> Or

چندجمله‌ای، مسیرها و وسایل نقلیه مورد استفاده انتخاب می‌شود. این روش از الگوریتم‌های موجود بهتر عمل کرده و نسبت به جستجوی ممنوع نتایج رقابتی به همراه دارد. هان و همکاران [۷۵] در سال ۲۰۰۲ الگوریتم اکتشافی سازنده دیگری ارائه دادند که از روش‌های گوناگونی استفاده می‌کنند. این روش چندین سازوکار گوناگون از الگوریتم‌های شبیه‌سازی آنیلی مانند الگوریتم آستانه پذیرش و شناورسازی بزرگ بر گرفته شده است. (دوک [۷۶] در سال ۱۹۹۳). این روش به‌خوبی روی مثال‌های گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴ انجام شد. در نمونه‌های کوچک اما تحت سلطه اکتشاف‌های تائیلارد [۵۲] در سال ۱۹۹۹ و در موارد بزرگ توسط چندرو و همکاران [۶۲] در سال ۱۹۹۹ بود. FSM و HF به‌طور هم‌زمان در چندین مقاله در نظر گرفته می‌شوند.

اولین بار توسط تائیلارد [۵۲] در سال ۱۹۹۹ الگوریتم تولید ستون اکتشافی توسعه داده شد. روش وی یک VRP همگن را با استفاده از روش حافظه تطابقی روچات و همکاران [۶۴] در سال ۱۹۹۵ برای هر نوع وسیله نقلیه حل کرد، جایی که فرض بر این بود که تعداد وسایل نقلیه موجود نامحدود است و این اکتشافات نسبت به بررسی‌های عثمان و همکاران [۶۰] در سال ۱۹۹۶ در هشت مورد FSM بزرگ بهتر عمل کرد. این روش همچنین برای HF در نمونه‌های جدید استاندارد مورد آزمایش قرار گرفت. عمران و همکاران [۷۷] در سال ۲۰۰۹ بعداً الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر را برای FSM و HF تطبیق دادند. چندین ویژگی اضافی تطبیق رویه‌های جستجوی محلی از جمله الگوریتم دایجسترا<sup>۱</sup>، یک روش متنوع سازی و استفاده از یک مسیر خالی ساختگی در هنگام جستجو به این روش افزوده شده است. این

سپس مسئله حاصل از آن را به‌عنوان VRP حل می‌کند. راه حل آن‌ها در سال ۱۹۸۴ به‌طور کلی اکتشاف بهتری از گلدن و همکاران [۵۵] در همین سال بود با این حال زمان محاسبه بسیار بزرگ‌تر و تضمینی برای یافتن یک راه‌حل امکان‌پذیر نبود. در یک مطالعه بعدی، قیزس و همکاران [۷۰] در سال ۱۹۸۶ اکتشافی مبتنی بر کران‌های پایین ارائه دادند و دزراچرز و همکاران [۷۱] در سال ۱۹۹۱ یک اکتشاف بهبودیافته صرفه‌جو ایجاد کردند که یک الگوریتم صرفه‌جو مبتنی بر تطبیق با استفاده از روش‌های ادغام مسیر پی‌درپی بود. روش با حل مسئله تطابق وزنی در هر تکرار بهترین راه‌حل را انتخاب می‌کرد که سبب شد نتایج رقابتی با توجه به مطالعات قبلی به دست آید.

صالحی و همکاران [۷۲] در سال ۱۹۹۲ یک فرمول ریاضیاتی ارائه دادند و یک اکتشاف مبتنی بر اغتشاش را توصیف کردند که در ۲۰ مثال استاندارد مورد آزمایش قرار گرفت و تعدادی از بهترین راه‌حل‌ها را ارائه دادند. صالحی و همکاران [۶۱] در سال ۱۹۹۳ یک اکتشاف سازنده پیشرفته‌تر را توصیف کردند که از راه‌حل به‌دست‌آمده با حل یک VRP با یک ظرفیت وسیله نقلیه واحد که از میان گزینه‌های موجود انتخاب شده است، شروع می‌شود. چندین روش به‌طور تکراری برای بهبود آن اعمال می‌شود که با تغییر نوع وسیله نقلیه اختصاص داده شده به هر مسیر، ادغام یا حذف مسیرها و جابجایی مشتریان از یک مسیر به مسیر دیگر حاصل می‌شود. به‌طور میانگین، روش پیشنهادی بهتر از الگوریتم-های قبلی کار می‌کرد. رنود و همکاران [۷۳] در سال ۲۰۰۲ اکتشافی مبتنی بر رفت‌وآمد را پیشنهاد کردند که کار رنود و همکاران [۷۴] در سال ۱۹۹۶ را گسترش داد. این الگوریتم ابتدا تعداد زیادی مسیر را ایجاد می‌کند که توسط یک یا دو وسیله نقلیه قابل‌استفاده است و سپس آن را به‌صورت بهینه حل می‌کند. باید توجه داشت که در زمان

<sup>1</sup> Dijkstra

یک اکتشاف دومرحله‌ای مبتنی بر الگوریتم جستجوی تابو ترکیبی برای (T) FSMTW و HFTW ایجاد کردند. در مرحله اول، راه‌حل‌های اولیه توسط یک اکتشاف ساختاری نیمه موازی تولید می‌شود که در مرحله دوم با یک روش پیچیده زنجیره خروج دنبال می‌شود. کیفیت راه‌حل‌ها با استفاده از جستجوی متغیر محلی بهبود می‌یابد. برای متنوع سازی راه‌حل‌ها، نویسندگان یک سازوکار لرزش تخصصی را توصیف می‌کنند. آزمایش‌های محاسباتی انجام شده به‌طور متوسط حدود ۳/۴ درصد بر روی مجموعه داده‌های استاندارد FSMTW. امکان شناسایی راه‌حل‌های بهتری را نسبت به موارد گزارش شده توسط دلامیکو و همکاران [۸۱] در سال ۲۰۰۷ فراهم کرده است. نتایج معیار جدید برای HFTW(T) نیز برای اولین بار ارائه شد.

#### ۴-۲- اکتشافات دیگر

فرلند و همکاران [۸۰] در سال ۱۹۸۸ نشان دادند که VRPTW را می‌توان به VRPTW ناهمگن گسترش داد. آن‌ها سه الگوریتم اکتشاف پذیر تقریب گسسته، تکلیف و تطبیق، و همچنین دو روش ساده و شاخه و کران ارائه دادند. لیو و همکاران [۸] در سال ۱۹۹۹ یک اکتشاف را برای FSMTW(T) توصیف کردند که با تعیین یک راه-حل اولیه از طریق انطباق کار که توسط کلارک و همکاران [۸۲] در سال ۱۹۸۴ ارائه شد شروع می‌شود و از طریق سازگاری با الگوریتم صرفه‌جو، که قبلاً توسط گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴ ارائه شده بود، آغاز می‌شود و مرحله دوم با جابجایی مشتریان با استفاده از درج موازی راه‌حل اولیه را بهبود می‌بخشد. این الگوریتم بر روی ۱۶۸ نمونه استاندارد FSMTW حاصل از مجموعه آزمایش توسط سلیمان و همکاران [۷] در سال ۱۹۸۷ برای VRPTW مورد آزمایش قرار گرفت.

اکتشافات نتایج مثبتی را در موارد مورد هدف به همراه داشت و توانست چندین راه‌حل جدید برتر شناخته شده را پیدا کند. یک الگوریتم ترکیبی که هر دو مسئله را در نظر گرفته بود بعداً توسط سیورمانین و همکاران [۷۸] در سال ۲۰۱۲ پیشنهاد شد. این شامل یک جستجوی محلی تکراری مبتنی بر اکتشافات برای تولید ستون در یک فرمول طبقه‌بندی مجموعه‌ای است. نتایج رقابتی و راه‌حل‌های شناخته شده جدید در نمونه‌های معیار به دست آمد که نمونه‌هایی با اندازه بزرگ شامل حداکثر ۳۶۰ مشتری است. همین نویسندگان با ادغام این الگوریتم با یک روش متغیر نزول همسایگی و با یک طرح سفارشی در مرحله جستجوی محلی، نتایج بهتری ارائه دادند (پنا و همکاران [۷۹] در سال ۲۰۱۳). عملکرد این روش در ۵۲ نمونه معیار با حداکثر ۱۰۰ مشتری آزمایش شده است. همچنین چهار راه‌حل جدید شناخته شده به دست آمد و ۴۲ مورد از بهترین نتیجه‌ها با یکدیگر مطابقت داشتند.

#### ۴- اندازه ناوگان و مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی

مسئله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی (FSMTW) نوعی از FSM است که توجه زیادی را به خود جلب کرده است و به همین دلیل است که در یک بخش جداگانه ارائه می‌شود. تا آنجایی که می‌دانیم، جدا از یک طرح ساده و محدود (فرلند و همکاران [۸۰] در سال ۱۹۸۸) هیچ الگوریتم دقیقی برای استاندارد FSMTW هنوز ارائه نشده است. ما نخستین بار کارهای انجام شده در مورد بخش اکتشاف جستجوی ممنوع در بخش ۴-۱ و سایر اکتشافات در بخش ۴-۲ را مرور می‌کنیم.

#### ۴-۱- اکتشافات جستجو تابو

پاراسکوپولوس و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۰۸

آن چهار عملگر جستجوی محلی در یک چارچوب بازپرداخت قطعی تعبیه شده‌اند تا روند بهبود را در مرحله آخر راهنمایی کنند. این الگوریتم از نتایج قبلی در FSMTW (T) بهتر عمل کرد و توانست جواب‌های بسیار خوبی را بدست آورد. همچنین نتایج این الگوریتم در مثال‌های جدید در FSMTW (D) نیز ارائه شد. در مقاله بعدی، برزی و همکاران [۸۵] در سال ۲۰۰۹ الگوریتم فراابتکاری ترکیبی را برای موارد بزرگ FSMTW (D) توصیف کردند. آن‌ها آزمایش‌های محاسباتی که نتایج بهتری را در نمونه‌های FSMTW (D) نسبت به نمونه‌های برزی و همکاران [۹] در سال ۲۰۰۸ را به دست آوردند و سپس این الگوریتم برای حل ۶۰۰ مورد جدید FSMTW (D) با حداکثر ۱۰۰۰ مشتری استفاده کردند. پریو [۸۶] و همکاران در سال ۲۰۱۱ یک الگوریتم شبه تکاملی برای FSMTW (D) را توصیف کرده‌اند و نشان دادند که شبیه‌سازی تکاملی پایان‌پذیر که شامل یک روش بهینه‌سازی است نتایج خوبی را به همراه دارد. عملکرد فقط در یک نمونه با ۲۰ گره و ۵۰ کشتی مورد آزمایش قرار گرفت و از معیارهای استاندارد FSMTW (D) و راه‌حل‌های که شامل یک ناوگان خود سازمان‌یافته کشتی‌های ناهمگن که محدودیت‌های مسئله و شرایط بازار را برآورده می‌کند، استفاده کردند. اخیراً، کوچ و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۵ اکتشافی یکپارچه به نام یک الگوریتم تکاملی ترکیبی (HEA) را برای FSMTW (T)، FSMTW (D)، و HFTW (T) و HFTW (D) ارائه دادند و از افرادی بودند که آخرین نوع را معرفی کردند. HEA چندین اصول الگوریتم‌های فراابتکاری مانند جستجوی ناهمگن محلی در مقیاس بزرگ و جستجوی جمعیت را در هم آمیخته است. نویسندگان در HEA یک استراتژی نوآورانه در مورد راه‌حل‌های نخبه، یک طرح متنوع جدید مبتنی بر احیا و روند جهش راه-

همچنین این الگوریتم در مثال‌های استاندارد FSM هم مورد آزمایش قرار گرفت. و نتایج بسیار خوبی را بدست آورد. دالرت و همکاران [۸۳] در سال ۲۰۰۲ یک الگوریتم ساخت‌وساز پی‌درپی برای FSMTW (T) توصیف کردند که شامل سه روش اکتشافی است که توسط سلیمان و همکاران [۷] در سال ۱۹۸۷ و گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴ ارائه شده است. مقاله دیگری درباره FSMTW (T) توسط دلامیکو و همکاران [۸۱] در سال ۲۰۰۷ وجود دارد که یک اکتشاف موازی ایجاد کرده است که درون یک الگوریتم فراابتکاری ایجاد شده است. اکتشاف پیشنهادی امکان ترکیب مسیرها به مسیرهای طولانی‌تر که به وسیله نقلیه بزرگ‌تر نیاز دارند و تقسیم مسیرها به مسیرهای کوچک‌تر را امکان‌پذیر می‌کند. این نسبت به الگوریتمی که قبلاً منتشر شده بود بهتر عمل می‌کند. ریپوسی و همکاران [۸۴] در سال ۲۰۱۰ یک الگوریتم برنامه‌نویسی حافظه تطابقی برای FSMTW (T) ایجاد کردند که شامل یک اکتشاف پذیری ساختاری احتمالی، سازوکار متنوع سازی، یک جستجوی کوتاه‌مدت حافظه ممنوع با محله‌های حاشیه مرزها، روش‌های سرعت بخشیدن و یک روش جستجوی ممنوع تکراری است که با یک سازوکار آشفته‌گی یادگیری و چندین سازوکار بلندمدت مبتنی بر فرکانس نیز در الگوریتم تعبیه شده است. این روش نسبت به روش‌های ارائه شده در مطالعات قبلی، در ۸۰ مساله نتایج بهتری را بدست آورد. برزی و همکاران [۹] در سال ۲۰۰۸ یک بازپرداخت قطعی چندمرحله‌ای از راه-اندازی، برای FSMTW (T) و FSMTW (D) ارائه کردند. در این الگوریتم، راه‌حل‌ها توسط کلارک و همکاران [۶۷] در سال ۱۹۶۴ با الگوریتم صرفه‌جو و با ترکیب چندین استراتژی متنوع ایجاد می‌شوند. هدف دوم کاهش تعداد مسیرها در راه‌حل اولیه با استفاده از یک روش جستجوی محلی است که در

جستجوی محلی سه‌مرحله‌ای را بر اساس یک جستجوی متغیر احتمالی محلی پیشنهاد کرده بودند، مورد مطالعه قرار دادند. این روش شامل یک روش تولیدی است که از یک جستجوی تطابقی تصادفی استفاده می‌کند و یک روش متنوع سازی از یک سازوکار تکامل انتخاب منقرض شده و یک سازوکار بهینه‌سازی مبتنی بر یک اکتشاف ابتدایی استفاده می‌کند. نویسندگان یادآور می‌شوند که VRP‌های عملی برای محاسبه هزینه راه‌حل در سناریوهای مختلف اقتصادی که شرایط خاص آن‌ها ممکن است هر روز تغییر کند، به یک هدف اقتصادی نیاز دارند. سه نمونه با ۱۰۰ گره و با سه نوع وسیله نقلیه حل شدند. دلاکروز و همکاران [۹۱] در سال ۲۰۱۳، FSMTW را با محصولات متعدد و ظرفیت حمل‌ونقل محدود مورد مطالعه قرار دادند. نویسندگان برای شتاب دادن به مورچه‌ها، یک اکتشاف مستعمره مورچه ترکیبی با یک اکتشاف ساده جستجو ممنوع تهیه کردند (باربارساغولو و همکاران [۹۲] در سال ۱۹۹۹ و هومبرگر و همکاران [۹۳] در سال ۱۹۹۹). پس از جستجوی مستعمره مورچه‌ها، از الگوریتم جستجوی ممنوع برای به دست آوردن راه‌حل‌های بهتر بدون تأثیر قابل توجهی بر زمان محاسبه استفاده می‌شود. به علاوه اکتشاف‌دهنده از رویدادهای اخیر و حافظه رویدادهای مکرر و همچنین روش‌های متنوع سازی استفاده می‌کند. نویسندگان نمونه‌های با معیارهای حداکثر ۲۰۰ گره را بر اساس نتایج سلیمان [۷] در سال ۱۹۸۷ و هومبرگر و همکاران [۹۳] در سال ۱۹۹۹ ایجاد کردند که نتایج رقابتی به دست آمد. فرانچسلی و همکاران [۲۸] در سال ۲۰۱۳ برای حل چندین نوع FSM با تکلیف وظیفه چند وسیله نقلیه، دو روش اکتشافی را توسعه دادند. برای بهبود نتایج محلی، الگوریتم اول بر بهینه‌سازی‌های محلی، ناهم‌زمان و زوج ساخته می‌شود، درحالی‌که مورد دوم با توجه به تعداد کارها خطی است. نویسندگان

حل‌ها را ادغام کرده و یک نسخه پیشرفته از الگوریتم اسپیلیت که توسط پرینس [۱۸] در سال ۲۰۰۹ تهیه شده بود جمع‌آوری کردند تا بهترین ترکیب ناوگان را تعیین کنند. آزمایش‌های گسترده محاسباتی در موارد معیار نشان داد که HEA در هر چهار مسئله بسیار مؤثر است. سسکیا و همکاران [۸۷] در سال ۲۰۱۱ توسعه دیگری از FSMTW را با هزینه‌های وابسته به حامل‌ها مطالعه کردند که در آن این مسئله با یک ناوگان ناهمگن، یک افق برنامه‌ریزی چندروزه، هزینه‌های پیچیده وسیله نقلیه و امکان عدم ارائه برخی از سفارش‌ها کار می‌کند. نویسندگان یک جستجوی تابو با ترکیبی از سه روابط مختلف محلی ایجاد کردند. تأثیرات این محلات بر روی مجموعه‌ای از نمونه‌های دنیای واقعی مورد بررسی قرار گرفت. این روش همچنین در نمونه‌های معیار بولدوک و همکاران [۸۸] در سال ۲۰۰۷ مورد آزمایش قرار گرفت که روش پیشنهادی قادر به دستیابی به یک راه‌حل شناخته‌شده جدید بود.

##### ۵- گسترش‌ها و مطالعات موردی

توکلی-مقدم و همکاران [۸۹] در سال ۲۰۰۶ نوع دیگری از FSMTW را معرفی کردند که در آن فقط انبار دارای یک پنجره زمانی است و هزینه آن مستقل از طول مسیر است اما به نوع و ظرفیت وسایل نقلیه موجود بستگی دارد. نویسندگان یک الگوی ریاضی و الگوریتم شبیه‌سازی شده آنیلی ترکیبی مبتنی بر نزدیک‌ترین اکتشاف محلی را تهیه کردند. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که ۱۸ نمونه در مقیاس کوچک از حداکثر ۱۰ مشتری با مدل ریاضی پیشنهادی بهینه‌سازی شد و این اکتشاف می‌تواند راه‌حل‌های خوبی را در مدت‌زمان معقول در ۱۰ مورد بزرگ با حداکثر ۳۰۰ مشتری پیدا کند. HF با پنجره زمانی توسط یپس و همکاران [۹۰] در سال ۲۰۰۶ که یک الگوریتم

الگوریتم لاو و همکاران [۹۶] در سال ۲۰۰۳ برای رسیدگی به ناوگان ناهمگن استفاده می‌شود و پس از پردازش در مرحله دوم اعمال می‌شود. این روش در موارد تولیدشده به‌طور تصادفی با حداکثر ۱۰۰ گره مورد آزمایش قرار گرفت. وانگ و همکاران [۳۵] در سال ۲۰۱۴ چند محفظه HF را مورد مطالعه قرار دادند. این مسئله در بسیاری از کاربردهای عملی از جمله حمل‌ونقل محصولات پوشاک با انواع وسیله نقلیه متفاوت به وجود می‌آید. این محصولات دارای سبک‌ها و بسته‌های متفاوتی هستند و معمولاً به‌طور مشترک در یک وسیله نقلیه تحویل داده می‌شوند. برخی از محصولات روی میله‌های نوسان انعطاف‌پذیر آویزان می‌شوند و برخی دیگر در جعبه‌ها بسته‌بندی می‌شوند. در این حالت، وسیله نقلیه برای تشکیل چند محفظه جدا از هم سازمان‌دهی می‌شود. نویسندگان یک الگوریتم جستجوی ممنوع ارائه دادند که در آن از تاریخچه جستجو برای راهنمایی فرآیند استفاده می‌شود و آن‌ها نمونه‌هایی را با دو نوع وسیله نقلیه مختلف و تا ۱۰۰ گره حل کردند. یوری و همکاران [۳۶] در سال ۲۰۱۵ نوعی از FSM را بانام VRP دوتایی با دسته‌های متعدد معرفی کردند که همان VRP انتخاب و تحویل یک‌به‌یک با تحویل برگشتی است. وسایل نقلیه ناهمگن دارای کانتینرها تقسیم‌شده به ارتفاع‌های ثابت هستند و عملکرد وسایل نقلیه از آخرین راهکار در مرحله اول پیروی می‌کند. هدف این است که با انجام انتخاب و تحویل ضمن اطمینان از بارگیری و تخلیه وسایل نقلیه، کل هزینه مسیریابی را به حداقل برسانند. نویسندگان سه مدل فرمول سه شاخصه و دو فرمول تقسیم‌بندی با استفاده از پایه‌های مختلف را تدوین کردند و این مدل‌ها به ترتیب با شاخه‌وبرش، شاخه و قیمت و شاخه و قیمت‌وبرش حل شدند. وقتی تعداد وسایل نقلیه افزایش یافت، الگوریتم‌های قیمت و شاخه و قیمت‌وبرش عملکرد خوبی داشتند و از

کران‌های بالایی و پایینی را پیشنهاد کرده‌اند که وسایل نقلیه با سرعت متفاوت حرکت می‌کنند و همچنین وظایفی را با هزینه‌های مختلف، را ارائه می‌دهند. این الگوریتم‌ها از طریق شبیه‌سازی‌ها تأیید شدند. توسعه دیگری از FSMTW که اضافه‌بار را در وسایل نقلیه را در نظر می‌گیرد، توسط کریتیکوس و همکاران [۲۵] در سال ۲۰۱۳ مورد بررسی قرار گرفت. اضافه‌بار بیش‌از حد مجاز از پیش تعیین شده، مجاز است و عملکرد جریمه‌ای توسط قیزس و همکاران [۶۹] در سال ۱۹۸۴ در تابع هدف تعبیه‌شده است تا به‌طور مؤثر بتواند راه-حل‌های اضافه‌بار را کنترل کند. نویسندگان یک اکتشاف الحاقی متوالی را ایجاد کردند که معیارهای مرسوم سلیمان [۷] در سال ۱۹۸۷ را گسترش می‌دهد، و چندین روش الگوریتمی را که توسط گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴ معرفی شده است را تطبیق می‌دهد، دلورت و همکاران [۹۴] در سال ۲۰۰۲ و لیو و همکاران [۸] در سال ۱۹۹۹ نتایج رقابتی در نمونه‌های FSMTW مطابقت شده لیو و همکاران [۸]، در سال ۱۹۹۹ به دست آوردند. سیشس و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۱۳، FSMTW را با محدودیت دسترسی مشتریان، مورد مطالعه قرار دادند که در آن ساعات کار رانندگان محدود است. آن‌ها یک الگوریتم تولید پایه، یک اکتشاف سازنده و یک اکتشاف جستجوگر تابو توسعه دادند. نابرابری‌های معتبر نیز برای تقویت فرمول سازی معرفی شدند. مواردی با حداکثر ۵۰ مشتری و ۲۵ وسیله نقلیه با جواب بهینه حل شدند. جیانگ و همکاران [۹۵] در سال ۲۰۱۴، HFTW را با یک عملکرد هدف سلسله مراتبی در نظر گرفتند که به‌طور کلی تعداد وسایل نقلیه و کل مسافت طی شده را به حداقل می‌رساند و هر مؤلفه با یک وزن سلسله مراتبی در عملکرد هدف ضرب می‌شود. نویسندگان یک الگوریتم جستجوی دومرحله‌ای جستجوی ممنوع را ارائه کردند. در مرحله اول از

با چهار نوع کامیون مختلف استفاده می‌شوند. نتایج نشان داد که روش پیشنهادی قادر به یافتن راه‌حل‌های بهتری نسبت به روش فعلی است و به‌طور متوسط ۷/۵ درصد هزینه کل توزیع را کاهش می‌دهد. بتلینی و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۱۴ برای یافتن راه‌حل‌های کارآمد برای شرکت‌های حمل‌ونقل کوچک که در منطقه شهری میلان فعالیت می‌کنند، انتخاب و تحویل چند انبار HF را با نرم‌افزار پنجره‌های زمانی در نظر گرفتند. برای این منظور، آن‌ها یک الگوریتم دقیق قیمت را بر اساس تکنیک‌های پیشرفته برنامه‌نویسی پویا ارائه دادند. این روش می‌تواند نمونه‌ها را با حداکثر ۷۵ مشتری حل کند. علاوه بر این، نویسنده‌گان تأثیر مدیریت تنظیمات مشتری توسط پنجره‌های نرم‌افزاری را تجزیه و تحلیل کردند که هزینه‌های مسیریابی را از ۵ به ۱۵ درصد افزایش می‌دهد. زو و همکاران [۱۰۰] در سال ۲۰۱۴ چند انبار FSM را مورد مطالعه قرار دادند و الگوریتم جستجوی محلی متغیر را بر اساس اپراتورهای هیبریدی پیشنهاد دادند تا مسئله‌ای را که در یک پروژه بزرگ آب در چین وجود دارد را حل کنند. این پروژه شامل دو مرکز توزیع، ۱۶ مشتری و دو نوع وسیله نقلیه بود. این هدف، باهدف دستیابی به تعادل جریان مواد از جمله مکان‌های حفاری، مکان‌های پر کردن، محوطه‌های انتقال، مکان‌های دفع زباله‌های دورریز، جنس مواد، یک مرکز توزیع و توقفگاه تجهیزات انجام شده است. به‌طور کلی، این الگوریتم توانست فاصله میانگین طی شده را ۳/۴۹ درصد کاهش دهد و کل هزینه‌ها را ۷/۳۵ درصد کاهش دهد.

#### ۶- خلاصه و مقایسه محاسباتی

در این بخش، خلاصه تجزیه و تحلیل مقایسه‌ای از نتایج محاسباتی گزارش شده برای FSM، HF و FSMTW ارائه می‌شود.

طرف دیگر، الگوریتم شاخه‌وبرش در مواردی با تعداد کمی وسیله نقلیه، راه‌حل‌های باکیفیت بهتری ارائه داد. نمونه‌هایی با حداکثر ۵۰ گره توسط الگوریتم شاخه‌وقیمت‌وبرش با بهینگی حل شدند. کالوت و همکاران [۹۷] در سال ۲۰۰۷ یک مدل برنامه‌نویسی دومرحله‌ای را برای FSM با اهداف چندگانه و پنجره‌های زمانی سخت یا نرم توصیف کردند تا بتوانند یک مسئله در زندگی واقعی ناشی از شرکت تحویل با اندازه متوسط را حل کنند. در مرحله اول، مسیرهای امکان‌پذیر شمارش می‌شوند و کل جریمه متحمل شده در هر مسیر در مورد انحراف از اهداف محاسبه می‌شود. مرحله دوم یک مسئله طبقه‌بندی مجموعه را برای انتخاب بهترین مجموعه مسیرهای امکان‌پذیر حل می‌کند. مسائل زندگی در اندازه متوسط حاوی ۶۰ نمونه به شش پیکربندی مختلف با ۳۰، ۵۰ و ۷۰ گره مورد مطالعه قرار گرفتند. مشتریان با توجه به پنجره‌های زمان‌بندی در چهار گروه قرار می‌گیرند: پنجره‌های ساعتی نرم که منعکس‌کننده مقررات شورای شهر یا نیاز مشتری برای تحویل در اوایل صبح، اوایل ظهر یا عصر است. پنجره‌های سخت کار حداکثر انحراف را از پنجره‌های نرم در زمان یک ساعت و در هر طرف امکان‌پذیر می‌کنند. نتایج رقابتی در مورد مسائل متوسط توسط این الگوریتم به دست آمد. بلفیور و همکاران [۹۸] در سال ۲۰۰۹ الگوریتم جستجوی پراکنده را برای یک زندگی واقعی FSMTW با تحویل‌های تقسیم‌شده ناشی از صنعت عمده‌فروشی در سائوپائولو پیشنهاد دادند. اکتشاف متوالی از دلورت و همکاران [۹۴] در سال ۲۰۰۲ و هو و همکاران [۹۹] در سال ۲۰۰۴ برای تولید راه‌حل‌های اولیه استفاده شدند و چندین روش گوناگون و افزایشی نیز باهم ترکیب شدند. این الگوریتم برای یک گروه عمده‌فروشی برزیل استفاده شد که در ۱۱ ایالت ۵۱۹ نقطه تحویل را ارائه می‌دهند. مشتریان از یک انبار مستقر در سائوپائولو

## ۶-۱- مقایسه محاسباتی فراابتکاری

بالداجی و همکاران [۴۵] در سال ۲۰۱۰ مقایسه‌ای از الگوریتم‌های دقیق تولید شده تا سال ۲۰۱۰ ارائه دادند. براساس اطلاعات ما، هیچ الگوریتم دقیقی برای FSM استاندارد یا HF از سال ۲۰۱۰ ایجاد نشده است. به همین دلیل، یک تجزیه و تحلیل مقایسه‌ای از نتایج اکتشافی برای HVRP در این بخش ارائه می‌شود که به طور مثال جدول ۱ پیشرفت مؤثر در این مساله از سال ۲۰۰۷ را نشان می‌دهد. تمام روش‌های فراابتکاری برای سه نسخه هزینه در نظر گرفته شده در مساله FSM با متوسط انحراف ۰/۲ درصد یا کمتر به دست می‌آید. از نظر کیفیت راه‌حل، کارهای پنا و همکاران [۷۹] در سال ۲۰۱۳ و ویدال و همکاران [۵۹] در سال ۲۰۱۴ برای FSM (F, V) از بهترین روش‌ها هستند. ویدال و همکاران [۵۹] در سال ۲۰۱۴ برای FSM (F) و چوی و همکاران [۴۴] در سال ۲۰۰۷، پنا و همکاران [۷۹] در سال ۲۰۱۳ و ویدال و همکاران [۵۹] در سال ۲۰۱۴ برای FSM (V) روش‌های کارایی‌ارایه دادند.

بیشتر مطالعات توصیف الگوریتم‌های جدید برای HVRP در نمونه‌های استاندارد مورد آزمایش قرار گرفتند. به طور مثال گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴ مجموعه‌ای از ۲۰ نمونه را برای FSM با ۱۰۰-۱۲ گره پیشنهاد دادند و یا لیو و همکاران [۸] در سال ۱۹۹۹ چندین مجموعه داده برای FSMTW. برگرفته از نمونه‌های کلاسیک VRPTW سلیمان [۷] در سال ۱۹۸۷ با ۱۰۰ گره توصیف کردند. این مجموعه‌ها شامل ۵۶ نمونه به یک مجموعه داده تصادفی R و یک مجموعه داده C، طبقه‌بندی شده و RC یک مجموعه داده نیمه خوشه‌ای است. مجموعه‌های مشخص شده توسط R1، C1 و RC1 دارای یک افق برنامه‌ریزی کوتاه و ظرفیت وسایل نقلیه کوچک هستند، برخلاف مجموعه‌هایی هستند که دارای R2، C2 و RC2

هایی که دارای یک افق برنامه‌ریزی طولانی و ظرفیت وسایل نقلیه بزرگ هستند. لیو و همکاران [۸] در سال ۱۹۹۹ همچنین سه تابع هزینه و چندین نوع وسیله نقلیه با ظرفیت‌های مختلف و هزینه ثابت وسیله نقلیه را برای هر یک از ۵۶ نمونه معرفی کردند. از طرف دیگر تائیلارد [۵۲] در سال ۱۹۹۹ با تطبیق هشت مورد از مثال‌های گلدن و همکاران [۵۵] در سال ۱۹۸۴، مجموعه‌ای از داده‌های معیار را برای HF ایجاد کردند. نمونه‌های معیار این مجموعه شامل هشت نمونه ۵۰، ۷۰ و ۱۰۰ گره است. به علاوه مثال‌های پاراسکووپولوس و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۰۸ برای HFTW زیرمجموعه‌ای از نمونه‌های FSMTW است که در آن اندازه ناوگان برابر با اندازه موجود در بهترین راه‌حل‌های شناخته‌شده لیو و همکاران [۸] در سال ۱۹۹۹ تعیین شده است. در مجموع، ۲۴ نمونه معیار حاصل از لیو و همکاران [۸] در سال ۱۹۹۹ برای HFTW وجود دارد. اکنون مقایسه‌ای از نتایج اخیر به ترتیب برای FSM، HF و FSMTW در بخش‌های بعدی ارائه شده است.

## ۶-۲- مقایسه الگوریتم فراابتکاری اخیر در

### FSM

در جدول ۱ خلاصه‌ای از نتایج مقایسه الگوریتم فراابتکاری اخیر برای FSM با سه نوع هزینه، یعنی FSM (F)، FSM (V) و FSM (F, V) ارائه شده است. در این جدول، ستون اول منابع را ارائه می‌دهد و برای هر مثال دو شاخص عملکرد میانگین انحراف درصد (Dev) از ارزش بهترین راه‌حل شناخته‌شده (BKS) برای هر نمونه برگرفته از مقالات مورد بررسی و میانگین زمان محاسبه در ثانیه نشان داده می‌شود. زمان اجرا گزارش شده بهترین راه‌حل برای اجرای هر زمان است. رایانه‌ها و زبان‌های برنامه‌نویسی مورد استفاده قابل مقایسه نیستند، از این رو زمان مقیاس‌گذاری برای یک رایانه



آورده است و از ۱۲ مثال توانسته به ۱۱ نتیجه BKS دست یابد.

### ۶-۳- مقایسه الگوریتم فراابتکاری اخیر در

#### FSMTW

جدول‌های ۵ و ۶ خلاصه نتایج حاصل از الگوریتم فراابتکاری اخیر برای FSM در دو نوع هزینه FSMTW (T) و FSMTW (D) را نشان می‌دهد. ستون اول چندین نمونه را نشان می‌دهد و ستون دوم BKS متوسط را ارائه می‌کند. ستون‌های باقیمانده، برای هر مرجع، درصد انحراف از هر مجموعه و زمان متوسط راه‌حل را نشان می‌دهد. مشخصات رایانه در دو ردیف آخر ارائه شده است. در مورد FSMTW (T)، پیشرفت مداوم از سال ۲۰۰۷ مشاهده می‌شود و الگوریتم‌های فراابتکاری اخیر شامل ویدال و همکاران [۵۹] در سال ۲۰۱۴ و کوک و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۵، به انحراف متوسط ۰/۲ درصد یا کمتر رسیدند. در مورد FSMTW (D) نیز از نظر انحراف متوسط پیشرفت قابل توجهی وجود داشته است. الگوریتم فراابتکاری اخیر، ویدال و همکاران [۵۹] در سال ۲۰۱۴ و کوک و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۵ میانگین انحرافات معیار حداکثر ۰/۱ درصد را به دست آوردند. این دو مقاله، الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جستجوی جمعیت قدرتمند را ایجاد کرده و نتایج بسیار مؤثری را در هر دو نوع هزینه FSMTW به دست آوردند.

مرجع معتبر نخواهد بود. ویژگی‌های هر رایانه مانند پردازنده و سرعت CPU را در گیگاهرتز در ستون آخر جدول نشان داده شده است. همانطور که در این جدول مشاهده می‌کنید در مساله  $FSM(F,V)$  کارهای انجام شده توسط پتا و همکاران و ویدال و همکاران از کارایی بسیار خوبی برخوردار هستند و توانسته با میانگین انحراف معیار صفر بهترین جواب‌ها را تولید کند در صورتی که برای همین مساله از نظر زمان، کار انجام شده توسط پرینس دارای بهترین زمان است. از طرف دیگر برای مساله  $FSM(F)$  کار انجام شده توسط ویدال و همکاران از نظر کیفیت و کار انجام شده توسط پنا و همکاران از نظر زمان بهترین جواب‌ها را بدست آورده است. در نهایت و در مساله  $FSM(F,V)$  کارهای انجام شده توسط چوی و همکاران و همچنین پنا و همکاران بهترین نتایج را بدست آورده است. همچنین از نظر زمان اجرا کار پنا و همکاران به بهترین جواب‌ها دست پیدا کرده است. توجه به این نکته ضروری است که در مقایسه الگوریتم‌ها از نظر زمان اجرا، تفاوت CPUها را باید در نظر داشت.

جدول‌های ۲، ۳ و ۴ نتایج محاسباتی را در سه نوع هزینه FSM به ترتیب  $FSM(F,V)$ ،  $FSM(F)$ ،  $FSM(V)$  را ارائه می‌دهد. در ستون اول هر جدول شماره نمونه است، ستون دوم تعداد مشتری‌ها را نشان می‌دهد و ستون سوم مقدار بهترین راه‌حل شناخته شده (BKS) را برای هر نمونه نشان می‌دهد، جایی که یک ورودی نشان می‌دهد که مقدار بهینه است. موارد باقیمانده برای هر مرجع، دو شاخص عملکرد از قبیل درصد انحراف از BKS به دست آمده از مقالات مورد بررسی و زمان محاسبه در ثانیه دارند. الگوریتم‌های جدول ۲ را می‌توان از تعداد بدست آوردن جواب‌های BKS نیز مورد مقایسه قرار داد. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم‌های ویدال و همکاران و همچنین پنا و همکاران نیز از این جهت بهترین نتایج‌ها را بدست

جدول ۱. مقایسه میانگین الگوریتم فراابتکاری اخیر در FSM

منابع	FSM(F,V)		FSM(F)		FSM(V)		پردازنده	CPU
	درصد	ثانیه	درصد	ثانیه	درصد	ثانیه		
چوی و همکاران [۴۴] در سال ۲۰۰۷	۰/۰۸	۹۲/۷۰	۰/۰۸	۱۵۰/۳۳	۰/۰۰	۳۶/۰۶	Pentium IV	۲/۶
براندو [۵۷] در سال ۲۰۰۹	-	-	۰/۱۰	۱۹۱/۸۳	۰/۰۲	۲۹۴/۶۳	Pentium M	۱/۴
عمران و همکاران [۷۷] در سال ۲۰۰۹	۰/۰۴	۴۶۶/۱۷	۰/۰۷	۵۰۰/۵۰	۰/۰۲	۵۳۱/۰۰	Pentium M	۱/۷
لیو و همکاران [۵۶] در سال ۲۰۰۹	-	-	۰/۰۳	۱۹۸/۱۷	۰/۰۴	۲۶۰/۷۵	Pentium IV	۳
پرنس [۱۸] در سال ۲۰۰۹	۰/۰۲	۲۳/۰۶	۰/۱۲	۴۲/۵۲	-	-	Pentium IV M	۱/۸
پنا و همکاران [۸۰] در سال ۲۰۱۳	۰/۰۰	۲۴/۵۰	۰/۰۳	۳۰/۳۵	۰/۰۰	۲۹/۷۷	Intel i7	۲/۹۳
ویدال و همکاران [۵۹] در سال ۲۰۱۴	۰/۰۰	۵۹/۳۰	۰/۰۱	۶۸/۱۰	۰/۰۰	۵۱/۱۵	Opt	۲/۴

جدول ۲. مقایسه الگوریتم فراابتکاری اخیر در FSM(F,V)

مسائل		BKS	چوی و همکاران [۴۸] در سال ۲۰۰۷		پرنس [۲۴] در سال ۲۰۰۹		عمران و همکاران [۶۰] در سال ۲۰۰۹		پنا و همکاران [۸۰] در سال ۲۰۱۳		ویدال و همکاران [۶۰] در سال ۲۰۱۴	
			زمان (ثانیه)	Dev (درصد)	زمان (ثانیه)	Dev (درصد)	زمان (ثانیه)	Dev (درصد)	زمان (ثانیه)	Dev (درصد)	زمان (ثانیه)	Dev (درصد)
۳	۲۰	۱۱۴۴/۲۲	۰/۰۰	۰/۲۵	۰/۰۰	۰/۰۱	۰/۰۰	۱۹/۰۰	۰/۰۰	۳/۸۷	۰/۰۰	۱۰/۲۰
۴	۲۰	۶۴۳۷/۳۳	۰/۰۰	۰/۴۵	۰/۰۰	۰/۰۷	۰/۰۰	۱۷/۰۰	۰/۰۰	۲/۷۷	۰/۰۰	۱۳/۸۰
۵	۲۰	۱۳۲۲/۲۶	۰/۰۰	۰/۱۹	۰/۰۰	۰/۰۲	۰/۰۰	۲۴/۰۰	۰/۰۰	۴/۵۷	۰/۰۰	۱۰/۲۰
۶	۲۰	۶۵۱۶/۴۷	۰/۰۰	۰/۴۱	۰/۰۰	۰/۰۷	۰/۰۰	۲۱/۰۰	۰/۰۰	۲/۸۰	۰/۰۰	۱۳/۸۰
۱۳	۵۰	۲۹۶۴/۶۵	۰/۰۰	۳/۹۵	۰/۰۰	۰/۳۲	۰/۰۰	۳۲۸/۰۰	۰/۰۰	۲۷/۶۷	۰/۰۰	۳۰/۶۰
۱۴	۵۰	۹۱۲۶/۹۰	۰/۰۰	۵۱/۷۰	۰/۰۰	۸/۹۰	۰/۰۰	۲۵۰/۰۰	۰/۰۰	۱۱/۲۷	۰/۰۰	۴۷/۴۰
۱۵	۵۰	۲۶۲۴/۹۶	۰/۰۰	۴/۳۶	۰/۰۱	۱/۰۴	۰/۰۰	۲۷۵/۰۰	۰/۰۰	۱۳/۴۷	۰/۰۰	۴۲/۶۰
۱۶	۵۰	۳۱۶۸/۹۲	۰/۰۰	۵/۹۸	۰/۰۱	۱۳/۰۵	۰/۰۰	۳۱۳/۰۰	۰/۰۰	۱۷/۵۵	۰/۰۰	۴۸/۰۰
۱۷	۷۵	۲۰۰۴/۴۸	۰/۹۵	۶۸/۱۱	۰/۰۰	۲۳/۹۲	۰/۰۰	۶۴۱/۰۰	۰/۰۰	۴۳/۳۳	۰/۰۰	۷۹/۸۰
۱۸	۷۵	۳۱۴۷/۹۹	۰/۰۰	۱۸/۷۸	۰/۱۶	۲۴/۸۵	۰/۱۶	۸۳۵/۰۰	۰/۱۸	۴۷/۳۹	۰/۰۵	۷۶/۸۰
۱۹	۱۰۰	۸۶۶۱/۸۱	۰/۰۳	۹۰۵/۲۰	۰/۰۳	۱۶۳/۲۵	۰/۰۳	۱۴۱/۰۰	۰/۰۵	۶۰/۳۳	۰/۰۰	۲۳۴/۶۰
۲۰	۱۰۰	۴۱۵۳/۰۲	۰/۰۴	۵۳/۰۲	۰/۰۴	۴۱/۲۵	۰/۰۴	۱۴۶/۰۰	۰/۲۸	۵۸/۹۷	۰/۰۰	۱۰۳/۸۰
میانگین اجرا			۰/۰۸	۹۲/۷۰	۰/۰۲	۲۳/۰۶	۰/۰۴	۴۶۶/۱۷	۰/۰۴	۲۴/۵۰	۰/۰۰	۵۹/۳۰
پردازنده			۵	۱	۱۰	۳۰	۱۰	۳۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
CPU			Pentium IV	Pentium IV M	Pentium M	Opt	Opt	Opt	Opt	Opt	Opt	Opt
(گیگاهرتز)			۲/۶	۱/۸	۱/۷	۲/۹۳	۲/۴	۲/۹۳	۲/۴	۲/۴	۲/۴	۲/۴



جدول ۵. مقایسه الگوریتم فراابتکاری اخیر در FSMTW (T)

مجموعه موارد	BKS	دلآمیگو و همکاران [۹۲]	پاراسکووپولوس و همکاران [۱۶]	برزی و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۰۸	ریبوسیس و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۱۰	ویدال و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۱۴	کوک و همکاران [۳۴] در سال ۲۰۱۵
		درصد	درصد	درصد	درصد	درصد	درصد
R1A(12)	۴۱۰۳/۱۶	۱/۸۶	۰/۶۱	۰/۶۸	۰/۲۶	۰/۰۰	۰/۳۸
R1B(12)	۱۸۹۱/۶۳	۱/۵۶	۰/۵۶	۰/۳۸	۰/۲۷	۰/۰۰	۰/۲۵
R1C(12)	۱۵۷۴/۳۲	۲/۵۵	۰/۵۰	۰/۳۱	۰/۳۴	۰/۰۰	۰/۰۵
C1A(9)	۷۱۳۸/۹۳	۱/۲۵	۰/۰۶	۰/۰۳	۰/۰۱	۰/۰۰	۰/۰۶
C1B(9)	۲۳۵۹/۶۳	۱/۰۵	۰/۰۹	۰/۲۵	۰/۰۱	۰/۰۰	۰/۰۷
C1C(9)	۱۶۱۸/۹۱	۰/۶۶	۰/۱۳	۰/۱۸	۰/۰۰	۰/۰۲	۰/۰۴
RC1A(8)	۴۹۱۵/۱۰	۳/۹۶	۰/۹۴	۰/۶۸	۰/۶۷	۰/۰۰	۰/۶۵
RC1B(8)	۲۱۲۹/۰۴	۱/۵۹	۰/۶۴	۰/۰۳	۰/۳۶	۰/۰۰	۰/۲۷
RC1C(8)	۱۷۵۲/۱۹	۱/۸۱	۱/۰۰	۰/۳۵	۰/۵۸	۰/۰۰	۰/۴۸
R2A(11)	۳۲۶۷/۳۱	۸/۴۵	۱/۱۳	۱/۳۱	۰/۶۲	۰/۰۰	۰/۱۶
R2B(11)	۱۴۷۱/۳۳	۱۴/۸۱	۱/۸۴	۱/۶۱	۱/۰۶	۰/۶۱	۰/۰۰
R2C(11)	۱۲۳۷/۷۹	۱۳/۸۲	۳/۴۰	۱/۵۸	۱/۸۴	۰/۰۰	۰/۶۶
C2A(8)	۵۷۴۶/۵۳	۸/۳۲	۰/۲۲	۰/۸۸	۰/۰۶	۰/۲۴	۰/۰۰
C2B(8)	۱۷۴۸/۵۲	۷/۸۶	۰/۳۲	۰/۴۳	۰/۰۳	۰/۱۱	۰/۰۰
C2C(8)	۱۲۱۸/۱۲	۴/۵۶	۱/۲۱	۰/۴۷	۰/۴۹	۰/۲۵	۰/۰۰
RC2A(8)	۴۳۸۱/۷۳	۷/۸۱	۰/۵۶	۰/۴۰	۰/۱۶	۰/۰۰	۰/۲۱
RC2B(8)	۱۸۶۷/۸۰	۱۳/۳۷	۱/۱۱	۱/۶۵	۰/۳۸	۰/۵۳	۰/۰۰
RC2C(8)	۱۵۳۰/۰۸	۱۶/۳۴	۲/۳۷	۲/۰۶	۰/۷۲	۰/۹۸	۰/۰۰
میانگین (درصد)		۶/۲۲	۰/۹۳	۰/۷۴	۰/۴۳	۰/۱۵	۰/۱۸
میانگین زمان (ثانیه)		۸۴۹	۱۲۰۰	۶۵۸/۲	۱۰۰۰/۲	۳۰۴/۸	۲۸۹/۸
اجرا کردن		۱	۱	۳	۱	۱۰	۱۰
Processor		Pentium	Pentium IV	ATH	Pentium IV	OPT	Xeon
CPU		۶۰۰ (مگاهرتز)	۱/۵ (گیگاهرتز)	۲/۶ (گیگاهرتز)	۳/۴ (گیگاهرتز)	۲/۲ (گیگاهرتز)	۲/۶ (گیگاهرتز)

جدول ۶. مقایسه الگوریتم فراابتکاری اخیر در FSMTW (D)

مجموعه موارد	BKS	برزی و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۰۸	برزی و همکاران [۸۵] در سال ۲۰۰۹	ویدال و همکاران [۶۰] در سال ۲۰۱۴	کوک و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۵
		درصد	درصد	درصد	درصد
R1A(12)	۴۰۳۱/۲۸	۰/۹۲	۰/۷۳	۰/۰۰	۰/۲۵
R1B(12)	۱۸۳۹/۳۹	۰/۸۲	-	۰/۱۱	۰/۰۰
R1C(12)	۱۵۲۵/۵۶	۰/۹۰	۰/۹۳	۰/۳۱	۰/۰۰
C1A(9)	۷۰۸۲/۹۸	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۰	۰/۰۰
C1B(9)	۲۳۳۲/۹۰	۰/۰۹	-	۰/۰۰	۰/۰۰
C1C(9)	۱۶۱۵/۳۸	۰/۰۲	۰/۰۰	۰/۰۱	۰/۰۰
RC1A(8)	۴۸۹۱/۲۵	۱/۰۸	۰/۹۰	۰/۰۰	۰/۵۱
RC1B(8)	۲۱۰۳/۲۱	۰/۸۷	-	۰/۱۸	۰/۰۰
RC1C(8)	۱۷۲۵/۴۴	۰/۹۴	۱/۳۸	۰/۵۱	۰/۰۰
R2A(11)	۳۱۵۰/۲۹	۱/۳۵	۰/۹۵	۰/۰۵	۰/۰۰
R2B(11)	۱۳۵۱/۵۲	۲/۹۷	-	۰/۰۳	۰/۰۰
R2C(11)	۱۱۲۶/۴۲	۲/۰۲	۱/۹۷	۰/۲۰	۰/۰۰
C2A(8)	۵۶۸۶/۷۵	۰/۰۷	۰/۰۵	۰/۰۰	۰/۰۰

۰/۰۰	۰/۰۰	-	۰/۶۹	۱۶۸۶/۷۵	C2B(8)
۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۴	۰/۰۷	۱۱۸۵/۱۹	C2C(8)
۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۵۰	۰/۷۴	۴۲۱۰/۱۰	RC2A(8)
۰/۰۰	۰/۰۱	-	۱/۰۴	۱۶۸۶/۴۷	RC2B(8)
۰/۰۸	۰/۰۰	۱/۹۵	۱/۱۹	۱۲۵۸/۲۴	RC2C(8)
۰/۰۵	۰/۰۸	۰/۷۹	۰/۸۸		DEV (درصد)
۲۶۵/۸۰	۲۸۳/۲۰	-	۲۱۳/۶۰		میانگین زمان (ثانیه)
۱۰	۱۰	۱	۳		اجرا کردن Processor
Xeon	Opt	Duo	Ath		(گیگا هرتز) CPU
۲/۶	۲/۲	۲/۴	۲/۶		

برخی از بهترین پیاده‌سازی‌های اخیر صورت گرفته است، عدم سادگی این روش‌ها در بسیاری از موارد مسئله‌ساز است (لاپورت و همکاران [۱۰۱] در سال ۲۰۱۴). از یک یادداشت قطعی‌تر، در سال‌های اخیر شاهد ظهور الگوریتم فراابتکاری انعطاف‌پذیر بوده‌ایم که قادر به حل انواع مختلفی از مسائل با همان تنظیمات پارامتر است (کوچ و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۵ و ویدال و همکاران [۵۹] در سال ۲۰۱۴).

## ۷- نتیجه‌گیری و جهت‌گیری پژوهش‌های آینده

تا آنجایی که اطلاع داریم، هنوز الگوریتم دقیقی برای FSMTW (به‌جز یک طرح ساده برای شاخه سازی) یا HFTW پیشنهاد نشده است. مطالعات بعدی باید بر روی ایجاد روش‌های دقیق و مؤثر برای این مسائل متمرکز باشد. به‌طور کلی، اکتشاف سازنده همراه با اکتشاف جستجوی محلی اصلی‌ترین روش‌های این مطالعات است، اما محققان باید نقشه‌های ترکیبی را که ترکیبی از جستجوی جمعیت و جستجوی محلی است (مانند ALNS یا جستجوی محلی تکراری) مانند مواردی که برای استاندارد VRP استفاده می‌شوند (لاپورت و همکاران [۱۰۱] در سال ۲۰۱۴). چنین الگوریتم فراابتکاری همچنین باید در موارد ویژه FSM / HF و مسائلی که شامل FSM / HF به‌عنوان موارد خاص هستند، مؤثر باشد. گرایش اخیر در زمینه اکتشاف VRP، توسعه الگوریتم‌هایی است که بسیار دقیق هستند اما اغلب به زمان محاسبات زیاد نیاز دارند و همچنین فاقد سادگی هستند به این معنا که آن‌ها پارامترهای زیادی دارند و تولید دوباره آن‌ها دشوار است. این مشاهدات در مورد بیشترین الگوریتم فراابتکاری که اخیراً مورد بررسی قرار داده‌ایم کاربرد دارد. درحالی‌که زمان محاسبات نسبتاً کمتری در

## فهرست مراجع

- [8] M. Yousefikhoshbakht, E. Mahmoodabadi, and M. Sedighpour, "A modified elite ACO based avoiding premature convergence for traveling salesmen problem," vol. 7, no. 15, pp. 68-75, 2011.
- [9] O. Bräysy et al., "An Effective Multirestart Deterministic Annealing Metaheuristic for the Fleet Size and Mix Vehicle-Routing Problem with Time Windows," vol. 42, no. 3, pp. 371-386, 2016, doi: 10.1287/trsc.1070.0217.
- [10] D. C. Paraskevopoulos, P. P. Repoussis, C. D. Tarantilis, G. Ioannou, and G. P. Prastacos, "A reactive variable neighborhood tabu search for the heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows," *Journal of Heuristics*, vol. 14, no. 5, pp. 425-455, 2008, doi: 10.1007/s10732-007-9045-z.
- [11] Ç. Koç, T. Bektaş, O. Jabali, and G. Laporte, "A hybrid evolutionary algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems with time windows," *Computers and Operations Research*, vol. 64, pp. 11-27, 2015, doi: 10.1016/j.cor.2015.05.004.
- [12] R. Dondo and J. Cerdá, "A cluster-based optimization approach for the multi-depot heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows," *European Journal of Operational Research*, vol. 176, no. 3, pp. 1478-1507, 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2004.07.077.
- [13] A. Bettinelli, A. Ceselli, and G. Righini, "A branch-and-cut-and-price algorithm for the multi-depot heterogeneous vehicle routing problem with time windows," *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, vol. 19, no. 5, pp. 723-740, 2011, doi: 10.1016/j.trc.2010.07.008.
- [14] A. Bettinelli, A. Ceselli, and G. Righini, "A branch-and-price algorithm for the multi-depot heterogeneous-fleet pickup and delivery problem with soft time windows," *Mathematical Programming Computation*, vol. 6, no. 2, pp. 171-197, 2014, doi: 10.1007/s12532-014-0064-0.
- [15] D. Teodorovic, E. Krmar-Nozic, and G. [1] M. Yousefikhoshbakht, F. Didehvar, and F. Rahmati, "An Effective rank based ant system algorithm for solving the balanced vehicle routing problem," *International Journal of Industrial Engineering*, vol. 23, no. 1, 2016.
- [2] M. Yousefikhoshbakht, and M. Sedighpour, "An optimization algorithm for the capacitated vehicle routing problem based on ant colony system," *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, vol. 5, no. 12, pp. 2729-2737, 2011.
- [3] M. Ashouri, and M. Yousefikhoshbakht, "A Combination of Meta-heuristic and Heuristic Algorithms for the VRP, OVRP and VRP with Simultaneous Pickup and Delivery," *BRAIN. Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience*, vol. 8, no. 2, pp. 81-95, 2017.
- [4] M. Yousefikhoshbakht, F. Didehvar, and F. Rahmati, "A mixed integer programming formulation for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem," *Journal of optimization in Industrial Engineering*, vol. 8, no. 18, pp. 37-46, 2015.
- [5] M. Yousefikhoshbakht, "Solving the traveling salesman problem: a modified metaheuristic algorithm," *Complexity*, pp. 1-13, 2021.
- [6] F. Maleki, and M. Yousefikhoshbakht, "A hybrid algorithm for the open vehicle routing problem," *International Journal of Optimization in Civil Engineering*, vol. 9, no. 2, pp. 355-371, 2019.
- [7] M. Yousefikhoshbakht, N. Malekzadeh, and M. Sedighpour, "Solving the traveling salesman problem based on the genetic reactive bone route algorithm with ant colony system," *International Journal of Production Management and Engineering*, vol. 4, no. 2, pp. 65-73, 2016.

- 2013, doi: 10.1007/s10845-012-0627-8.
- [23] S. Salhi, N. Wassen, and M. Hajarat, "The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Backhauls: Formulation and Set Partitioning-based Heuristics," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 56, pp. 22–35, 2013, doi: 10.1016/j.tre.2013.05.005.
- [24] X. Li, S. C. H. Leung, and P. Tian, "A multistart adaptive memory-based tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem," *Expert Systems with Applications*, vol. 39, no. 1, pp. 365–374, 2012, doi: 10.1016/j.eswa.2011.07.025.
- [25] M. N. Kritikos and G. Ioannou, "The heterogeneous fleet vehicle routing problem with overloads and time windows," *International Journal of Production Economics*, vol. 144, no. 1, pp. 68–75, 2013, doi: 10.1016/j.ijpe.2013.01.020.
- [26] I. M. Chao, B. Golden, and E. Wasil, "A Computational study of a new heuristic for the site-dependent vehicle routing problem," *INFOR Journal*, vol. 37 (O), no. 3, pp. 319–336, 1999, doi: 10.1080/03155986.1999.11732387.
- [27] G. K. Rand, "Vehicle Routing: Methods and Studies (Studies in Management Science and Systems, Volume 16)," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 39, no. 10, pp. 979–980, Oct. 1988, doi: 10.1057/jors.1988.167.
- [28] M. Franceschelli, D. Rosa, C. Seatzu, and F. Bullo, "Gossip algorithms for heterogeneous multi-vehicle routing problems," *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 156–174, 2013, doi: 10.1016/j.nahs.2013.03.001.
- [29] A. A. Juan, J. Goentzel, and T. Bektas, "Routing fleets with multiple driving ranges : Is it possible to use greener fleet configurations?," vol. 21, pp. 84–94, 2014, doi: 10.1016/j.asoc.2014.03.012.
- [30] Ç. Koç, T. Bektaş, O. Jabali, and G. Laporte, "The fleet size and mix pollution-routing problem," *Transportation Research* Pavkovic, "The mixed fleet stochastic vehicle routing problem," *Transportation Planning & Technology*, vol. 19, no. 1, pp. 31–43, 1995, doi: 10.1080/03081069508717556.
- [16] S. Irnich, "Multi-depot pickup and delivery problem with a single hub and heterogeneous vehicles," *European Journal of Operational Research*, vol. 122, no. 2, pp. 310–328, 2000, doi: 10.1016/S0377-2217(99)00235-0.
- [17] Y. Qu and J. F. Bard, "A branch-and-price-and-cut algorithm for heterogeneous pickup and delivery problems with configurable vehicle capacity," *Transportation Science*, vol. 49, no. 2, pp. 254–270, 2015, doi: 10.1287/trsc.2014.0524.
- [18] C. Prins, "Engineering Applications of Artificial Intelligence Two memetic algorithms for heterogeneous fleet vehicle routing problems," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 22, no. 6, pp. 916–928, 2009, doi: 10.1016/j.engappai.2008.10.006.
- [19] M. P. Seixas and A. B. Mendes, "Column generation for a multitrip vehicle routing problem with time windows, driver work hours, and heterogeneous fleet," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013, doi: 10.1155/2013/824961.
- [20] C. W. Chu, "A heuristic algorithm for the truckload and less-than-truckload problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 165, no. 3, pp. 657–667, 2005, doi: 10.1016/j.ejor.2003.08.067.
- [21] J. Y. Potvin and M. A. Naud, "Tabu search with ejection chains for the vehicle routing problem with private fleet and common carrier," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 62, no. 2, pp. 326–336, 2011, doi: 10.1057/jors.2010.102.
- [22] F. Belmecheri, C. Prins, F. Yalaoui, and L. Amodeo, "Particle swarm optimization algorithm for a vehicle routing problem with heterogeneous fleet, mixed backhauls, and time windows," *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 24, no. 4, pp. 775–789,

- [38] R. Baldacci, M. Battarra, and D. Vigo, "Valid inequalities for the fleet size and mix vehicle routing problem with fixed costs," *Networks*, vol. 54, no. 4, pp. 178–189, 2009, doi: 10.1002/net.20331.
- [39] R. Baldacci, M. Battarra, and D. Vigo, "Valid Inequalities for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Fixed Costs," 2009, doi: 10.1002/net.
- [40] R. Baldacci and A. Mingozzi, "A unified exact method for solving different classes of vehicle routing problems," *Mathematical Programming*, vol. 120, no. 2, pp. 347–380, 2009, doi: 10.1007/s10107-008-0218-9.
- [41] H. Yaman, "Formulations and Valid Inequalities for the Heterogeneous," vol. 390, pp. 365–390, 2006.
- [42] C. E. Miller, S. Od, and S. Francisco, "Integer Programming Formulation of Traveling Salesman Problems \*," pp. 326–329, 1960.
- [43] A. Pessoa, M. P. De Arag, and E. Uchoa, "A Robust Branch-Cut-and-Price Algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem," no. 0, pp. 150–160, 2007.
- [44] E. Choi and D. Tcha, "A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem," vol. 34, pp. 2080–2095, 2007, doi: 10.1016/j.cor.2005.08.002.
- [45] R. Baldacci, E. Bartolini, A. Mingozzi, and R. Roberti, "An exact solution framework for a broad class of vehicle routing problems," pp. 229–268, 2010, doi: 10.1007/s10287-009-0118-3.
- [46] O. Jabali, M. Gendreau, and G. Laporte, "A continuous approximation model for the fleet composition problem," *TRANSPORTATION RESEARCH PART B*, vol. 46, no. 10, pp. 1591–1606, 2012, doi: 10.1016/j.trb.2012.06.004.
- [47] T. D. Traveled, A. A. Model, A. Author, C. F. D. Source, and I. S. Url, Part B: Methodological, vol. 70, pp. 239–254, 2014, doi: 10.1016/j.trb.2014.09.008.
- [31] M. Lai, T. G. Crainic, M. Di Francesco, and P. Zuddas, "An heuristic search for the routing of heterogeneous trucks with single and double container loads," *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, vol. 56, pp. 108–118, 2013, doi: 10.1016/j.tre.2013.06.001.
- [32] O. Dominguez, A. A. Juan, B. Barrios, J. Faulin, and A. Agustin, "Using biased randomization for solving the two-dimensional loading vehicle routing problem with heterogeneous fleet," *Annals of Operations Research*, vol. 236, no. 2, pp. 383–404, 2016, doi: 10.1007/s10479-014-1551-4.
- [33] S. C. H. Leung, Z. Zhang, D. Zhang, X. Hua, and M. K. Lim, "A meta-heuristic algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems with two-dimensional loading constraints," *European Journal of Operational Research*, vol. 225, no. 2, pp. 199–210, 2013, doi: 10.1016/j.ejor.2012.09.023.
- [34] B. Afshar-nadjafi, "ORIGINAL ARTICLE A constructive heuristic for time-dependent multi-depot vehicle routing problem with time-windows and heterogeneous fleet," *JOURNAL OF KING SAUD UNIVERSITY - ENGINEERING SCIENCES*, 2014, doi: 10.1016/j.jksues.2014.04.007.
- [35] W. Qiang and W. Yuzhen, "Cluster synchronization of a class of multi-agent systems with a bipartite graph topology," pp. 1–11, 2012, doi: 10.1007/s11432-012-4689-1.
- [36] H. Larsen, "ECOLOGY OF HYPERSALINE ENVIRONMENTS," pp. 23–39, 1946.
- [37] B. Yao, B. Yu, P. Hu, and J. Gao, "An improved particle swarm optimization for carton heterogeneous vehicle routing problem with a collection depot," 2015, doi: 10.1007/s10479-015-1792-x.



- 2009, doi: 10.1016/j.ejor.2007.05.059.
- [58] C. Prins, "A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem," vol. 31, pp. 1985–2002, 2004, doi: 10.1016/S0305-0548(03)00158-8.
- [59] T. Vidal, T. Gabriel, M. Gendreau, and C. Prins, "Discrete Optimization A unified solution framework for multi-attribute vehicle routing problems q," *European Journal of Operational Research*, vol. 234, no. 3, pp. 658–673, 2014, doi: 10.1016/j.ejor.2013.09.045.
- [60] "Unconfirmed 355670.crdownload."
- [61] B. Birmingham and K. Rand, "Theory and Methodology Incorporating vehicle routing into the vehicle fleet composition problem \*," vol. 66, pp. 313–330, 1993.
- [62] M. Gendreau, G. Laporte, C. Musaraganyi, and D. D. Taillard, "A tabu search heuristic for the heterogeneous # eet vehicle routing problem," vol. 26, 1999.
- [63] M. Gendreau, A. Hertz, and G. Laporte, "New Insertion and Postoptimization Procedures for the Traveling Salesman Problem," no. September 2015, 1992.
- [64] Y. Rochat, "Probabilistic Diversification and Intensification in Local Search for Vehicle Routing," vol. 167, pp. 147–167, 1995.
- [65] N. A. Wassan et al., "Tabu search variants for the mix fleet vehicle routing problem," pp. 768–782, 2002.
- [66] Y. H. Lee, J. I. Kim, K. H. Kang, and K. H. Kim, "A heuristic for vehicle fleet mix problem using tabu search and set partitioning," pp. 833–841, 2008, doi: 10.1057/palgrave.jors.2602421.
- [67] G. Clarke and J. W. Wright, "Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points," no. August 2015, 1964.
- [68] M. L. Fisher and R. Jaikumar, "Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing," vol. 11, pp. 109–124, 1981.
- Transportation Science," vol. 18, no. 4, pp. 331–350, 2016.
- [48] T. H. E. Length, O. F. Tours, and I. N. Zones, "The length of tours in zones different shapes?," vol. 188, no. 2, pp. 135–145, 1984.
- [49] G. F. Newell and C. F. Daganzo, "DESIGN OF MULTIPLE-VEHICLE DELIVERY A RING-RADIAL NETWORK TOURS-I," no. 5, pp. 345–363, 1986.
- [50] L. S. Ochi, D. S. Vianna, L. M. A. Drummond, and A. Victor, "A parallel evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with heterogeneous fleet a," no. 98, 1998.
- [51] L. S. Ochi, D. S. Vianna, L. M. A. Drummond, and A. O. Victor, "An Evolutionary Hybrid Metaheuristic for Solving the Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet," pp. 1–2.
- [52] F. O. R. The and H. Fleet, "Communicated by Brian B," vol. 33, no. September 1995, pp. 1–14, 1999.
- [53] C. M. R. R. Lima, M. C. Goldbarg, and E. F. G. Goldbarg, "A Memetic Algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem," vol. 18, pp. 171–176, 2004, doi: 10.1016/j.endm.2004.06.027.
- [54] I. H. Osman, "Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem," vol. 41, pp. 421–451, 1993.
- [55] B. Golden and F. Gheysens, "THE FLEET SIZE AND MIX VEHICLE ROUTING PROBLEM," vol. I, no. I, 1982.
- [56] S. Liu, W. Huang, and H. Ma, "An effective genetic algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problems," *Transportation Research Part E*, vol. 45, no. 3, pp. 434–445, 2009, doi: 10.1016/j.tre.2008.10.003.
- [57] B. Jose, "A deterministic tabu search algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem," vol. 195, pp. 716–728,

- 10.1007/s10732-011-9186-y.
- [80] J. A. Ferland and P. Michelon, "The Vehicle Scheduling Problem with Multiple Vehicle Types," vol. 39, no. 6, pp. 577–583, 2013.
- [81] R. Emilia, V. Amendola, R. Emilia, M. D. Amico, and D. Vigo, "Heuristic Approaches for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows," vol. 41, no. 4, pp. 516–526, 2007, doi: 10.1287/trsc.1070.0190.
- [82] "No Title," vol. 12, no. 4, pp. 568–581, 2013.
- [83] B. Vernimmen, W. Dullaert, and K. So, "New heuristics for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows," pp. 1232–1238, 2002.
- [84] P. P. Repoussis and C. D. Tarantilis, "Solving the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows via Adaptive Memory Programming," *Transportation Research Part C*, vol. 18, no. 5, pp. 695–712, 2010, doi: 10.1016/j.trc.2009.08.004.
- [85] O. Bräysy, P. P. Porkka, W. Dullaert, P. P. Repoussis, and C. D. Tarantilis, "A well-scalable metaheuristic for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows," *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 4, pp. 8460–8475, 2009, doi: 10.1016/j.eswa.2008.10.040.
- [86] A. Prieto, F. Bellas, P. Caamaño, and R. J. Duro, "Solving a heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows through the asynchronous situated coevolution algorithm," *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, vol. 5778 LNAI, no. PART 2, pp. 200–207, 2011, doi: 10.1007/978-3-642-21314-4\_25.
- [87] S. Ceschia, L. Di, and G. Andrea, "Tabu search techniques for the heterogeneous vehicle routing problem with time windows [69] M. Vehicle and R. Problem, "ORSpekt m," pp. 207–216, 1984.
- [70] V. Routing and O. F. Size, "A N E W HEURISTIC FOR DETERMINING COMPOSITION FLEET SIZE AND Fi!ip G H E Y S E N S , Bruce G O L D E N and Arjang ASSAD," vol. 26, pp. 233–236, 1986.
- [71] "A NEW HEURISTIC FOR THE FLEET SIZE AND MIX VEHICLE ROUTING PROBLEM," vol. 18, no. 3, pp. 263–274, 1991.
- [72] S. Salhi, "Adaptation of Some Vehicle Fleet Mix Heuristics 1," vol. 20, no. 5, pp. 653–660, 1992.
- [73] J. Renaud and F. F. Boctor, "Discrete Optimization A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem," vol. 140, pp. 618–628, 2002.
- [74] C. O. Res and R. December, "Scope and," vol. 23, no. 3, 1996.
- [75] A. F. Han, "A GIDS METAHEURISTIC APPROACH TO THE FLEET SIZE AND MIX VEHICLE ROUTING PROBLEM."
- [76] "78.pdf." .
- [77] A. Imran, S. Salhi, and N. A. Wassan, "Discrete Optimization A variable neighborhood-based heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 197, no. 2, pp. 509–518, 2009, doi: 10.1016/j.ejor.2008.07.022.
- [78] A. Subramanian, P. Huachi, V. Penna, E. Uchoa, and L. Satoru, "Discrete Optimization A hybrid algorithm for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 221, no. 2, pp. 285–295, 2012, doi: 10.1016/j.ejor.2012.03.016.
- [79] P. Huachi, V. Penna, and A. Subramanian, "An Iterated Local Search heuristic for the Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem," 2011, doi:

- APPLICATIONS, vol. 41, no. 8, pp. 3748–3760, 2014, doi: 10.1016/j.eswa.2013.11.029.
- [96] H. C. Lau, M. Sim, and K. M. Teo, “Vehicle routing problem with time windows and a limited number of vehicles,” vol. 148, pp. 559–569, 2003, doi: 10.1016/S0377-2217(02)00363-6.
- [97] H. I. Calvete and C. Gale, “A goal programming approach to vehicle routing problems with soft time windows  $q$ ,” vol. 177, pp. 1720–1733, 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2005.10.010.
- [98] H. Tsugunobu and Y. Yoshizaki, “Scatter search for a real-life heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows and split deliveries in Brazil,” vol. 199, pp. 750–758, 2009, doi: 10.1016/j.ejor.2008.08.003.
- [99] S. C. Ho and D. Haugland, “A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and split deliveries,” vol. 31, pp. 1947–1964, 2004, doi: 10.1016/S0305-0548(03)00155-2.
- [100] Y. Xu and L. Wang, “K-nearest neighbor-based weighted twin support vector regression,” 2014, doi: 10.1007/s10489-014-0518-0.
- [101] G. Laporte, “Heuristics for the Vehicle Routing Problem,” pp. 87–116.
- and carrier-dependent costs,” pp. 601–615, 2011, doi: 10.1007/s10951-010-0213-x.
- [88] M. C. Bolduc, J. Renaud, and F. Boctor, “A heuristic for the routing and carrier selection problem,” *European Journal of Operational Research*, vol. 183, no. 2, pp. 926–932, 2007, doi: 10.1016/j.ejor.2006.10.013.
- [89] N. Safaei and Y. Gholipour, “A hybrid simulated annealing for capacitated vehicle routing problems with the independent route length,” vol. 176, pp. 445–454, 2006, doi: 10.1016/j.amc.2005.09.040.
- [90] V. Yepes, J. Medina, and M. Asce, “for Heterogeneous Fleet VRPHESTW,” vol. c, no. April, pp. 303–311, 2006.
- [91] J. J. De, C. Carlos, and V. C. J. R. Montoya-torres, “A two-pheromone trail ant colony system — tabu search approach for the heterogeneous vehicle routing problem with time windows and multiple products,” pp. 233–252, 2013, doi: 10.1007/s10732-011-9184-0.
- [92] G. Barbarosoglu and D. Ozgur, “A tabu search algorithm for the vehicle routing problem,” vol. 26, no. October 1997, 1999.
- [93] J. Homberger and H. Gehring, “Two Evolutionary Metaheuristics For The Vehicle Routing Problem With Time Windows TWO EVOLUTIONARY METAHEURISTICS FOR THE VEHICLE ROUTING PRaBLEM WITH TIME WINDOWS!,” vol. 5986, no. June, 2016, doi: 10.1080/03155986.1999.11732386.
- [94] W. Dullaert, G. K. Janssens, and B. Vemimmen, “New heuristics for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows,” vol. 53, no. 11, pp. 1232–1238, 2014, doi: 10.1057/palgrave.jors.2601422.
- [95] J. Jiang, K. M. Ng, K. L. Poh, and K. M. Teo, “Expert Systems with Applications Vehicle routing problem with a heterogeneous fleet and time windows,” EXPERT SYSTEMS WITH

